WISKUNDIGE SCHEEPS-BOUW EN BESTUUR. [WITH DIAGRAMS.]

Jan Frederik van Beeck CALKOEN
(Hoogleraar le Leyden.)

WISKUNDIGE

SCHEEPS-BOUW EN BESTUUR.

WISKUNDIGE

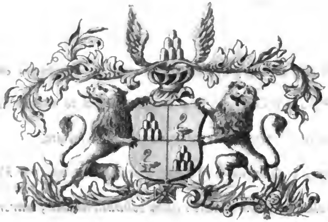
SCHEEPS-BOUW EN BESTUUR,

DOOR

J. F. VAN BEECK CALKOEN, K

HOOGLEERAAR IN DE WIJSBEGEERTE EN WISKUNDE TE LEYDEN,
LID VAN DE MAATSCHAPPIJEN DER WETENSCHAPPEN TE
GÖTTINGEN, HAARLEM, UTRECHT, ROTTERDAM,
VLISSINGEN ENZ.

TE AMSTERDAM,
BIJ JOHANNES ALLART,
MDCCCV.



AAN DEN

RIDDER VAN KINSBERGEN,

OUD LUITENANT ADMIRAAL VAN DE VOORMALIGE REPUBLIEK DER VEREENIGDE NEDERLANDEN, CHEF VAN HET CORPS ZEE-ARTILLERIE, LID VAN HET COMMITTÉ DER MARINE, GENERAAL ADJUDANT, EN DIRECTEUR VAN DE HAARLEMSCHE SOCIETEIT DER WETENSCHAPPEN, VAN DIE VAN BERLYN ENZ. ENZ.

MIJN HEER!

Zoo is het mij dan vergund dit Werk aan U opdragen, en dezen mijnen Letterkundigen arbeid door Uwen naam vereerd te mogen zien, terwijl ik mij hierdoor tevens van eenen aangenamen pligt kwijte.

De luister, waarmede uw Heldenmoed welëer op onze Vloten uitblonk, de roem, welken Uwe verdiensten alom behaald hebben, waren reeds genoegzame redenen om dit geschrift aan U opdragen, daar, volgens een loffelijk oud gebruik, elk Letterkundige het zich tot eer rekende, de vruchten zijner bespiegelingen eenen Man aantebieden, die door verdiensten en rang op de bijzondere hoogachting zijner Medeburgeren regtmatige aanspraak had. Maar er zijn nog andere redenen MIJN HEER! welke mij hiertoe genoopt hebben; Uw bekende ijver voor den bloei van ons welëer zo luisterrijk Zeewezen, en dat alles, hetwelk Gij door Uw voorbeeld, door Uw gezag en door Uwe schriften verrigtte, om onze Zeelieden tot eene, zoo wel verstandelijke als beoefenende kennis hunnes edelen beroeps opteleiden, spoorden mij in het bijzonder aan, om deze mijne geringe hulde aan Uwe verdiensten toetebrengen. — Hier komt bij, dat, daar een aanmerkelijk gedeelte

van

van mijn geschrift ten oogmerk heeft, de Theorie van den aanzienlijken Spaanschen Scheepsbevelhebber DON GEORGES JUAN, *en haren invloed op den Scheepsbouw, onzen Landgenooten te ontvouwen, ik geene betere aanbeveling voor hetzelve wist, dan door het optedragen aan den Man, die in eene gelijke betrekking tot ons staat, wiens schriften, zoo wel als zijne daden, onzer Natie tot eere zijn.*

Hoedanig de behandeling mijner stoffe moge zijn uitgevallen, laat ik gaarne aan Uw oordeel en aan dat van verstandige en verlichte mannen ter beslisfing over; maar dit weet ik, dat het onderwerp zelve, als bevattende eene der nuttigste kunsten des maatschappelijken levens, voor het gemeene welzijn niet onverschillig, en voor den Wijsgeerigen Natuurkenner zoo schoon als belangrijk moet gehouden worden: ik bidde U dus MIJNHEER! *dat gij deze opdragt, naar de voortreffelijkheid des onderwerps, en de zuiverheid mijner gevoelens, niet naar de waarde der behandeling allezins wilt schatten.*

Dat eenmaal de Nederlanders, overtuigd van het belang, 't welk zij, in al wat den Waterbouw aangaat, hebben, zich op deze wetenschap in al haren omvang met ijver toelagen, en de Wiskundige Wetenschappen, zonder welke in dezen niets grondig gekend, noch met vordering beoefend kan wor-

den, op haren regten prijs leerden ſtellen! — Dat wij eenmaal, met ijverzucht over den voorrang onzer Naburen in de Theorie en beoefening des Zeewezens bezield, onzen ouden roem eenigermate zochten te herkrijgen. Dat het Vaderland, na zoo vele ſchokken te hebben doorgeſtaan, na aan zoo vele verwarringen en omkeeringen ten ſpeelbal geweest te zijn, het moede hoofd eens eindelijk weder opbeuren, en zijnen vorigen luister herkrijgen mogt! — U MIJN HEER! *mag de herinnering van dien vorigen luister, waarin Gij deeldet en dien Gij mede verworven hebt, ſtreelen, U zal een dankbaar Nageſlacht, als den handhaver der bijna verzonkenen roems zijner dappere Voorouders, duurzaam vereeren.*

Ontvang dan MIJN HEER! *dit Werk als het opregte blijk der gevoelens door mij geuit, terwijl ik met ongeveinsde hoogachting de eer heb mij te noemen.*

U. D Hoogachtenden Dienaar,

VAN BEECK CALKOEN.

VOOR-

VOORREDE.

De wis- en werktuigkundige beginfelen van den bouw en het beftuur der fchepen, zijn, zoo ik meen, een zeer gewigtig gedeelte van het veel omvattende gebied der toegepaste Wiskunde, en leveren een bewijs op van de allezinfche belangrijkheid dezer wetenfchap voor het maatfchappelijk leven. Eigene ondervinding, geleid door gezond verftand, kan het den fchranderen, oplettenden man buiten twijfel tot eene aanzienlijke hoogte in werktuigelijke kunften doen brengen; en ook, zonder wiskundige kennis, zal menig bekwaam werkman verrigten, 't geen den grootften wiskunftenaar, doch zonder ondervinding, onuitvoerlijk is. Zie flechts den Timmerman met bijl en hamer werken, den Landman ploegen, den Schipper fturen; geen hunner zal doorgaans in ftaat zijn, om redenen van hun bedrijf te geven, welke voor het verftand voldoende bevonden worden, fchoon alle van de krachten der Natuur het hun nuttig gebruik weten te maken; geef daarentegen den grootften Wiskundigen, bijl, of ploeg of ftuur in handen, hij zal, hoe volledig ook zijne befchouwelijke kennis van het nut en gebruik dier werktuigen zijn moge, verlegen ftaan.

Hoe wijs is deze verordening des Scheppers, en hoe doelmatig met 's menfchen aanleg is in hem dat empirisch vermogen, waardoor de geheele Natuur als 't ware hem ten dienfte ftaat, zonder dat hij hare werkingen, of derzelver oorzaken duidelijk met zijn verſtand behoeft te doorzien. Wat toch zoude het zijn, indien tot elke handeling of bedrijf eene geheel volledige kennis der natuurkrachten vereischt werd, zoo Timmerman, Landman, Schipper, alle Wis- en Werktuigkundigen zijn moesten? Maar is daarom eene verſtandige kennis van de krachten en vermogens, die tot elk bedrijf vereischt worden, voor onnut en overtollig te houden? Geenszins: want al konde men ook, alleen door ondervinding en eigene waarneming, al het gene tot eenig menſchelijk bedrijf noodig is, volledig verkrijgen, al behoefde men van de oorzaken en wetten der Natuur niets te weten, de verſtandelijke kennis, is en blijft den mensch altijd waardig en voor hem van het grootſte belang. Behalve dit, is het er ver af, dat men, in alle gevallen, zonder verſtandelijke kennis der werkoorzaken, hare gewrochten zoude kunnen daarſtellen; want de aard des onderwerps brengt mede, dat, hoe vollediger en juister wij eene zaak kennen, wij ook des te beter in ſtaat zullen zijn haar tot ons doel te gebruiken, en zoo uitwerkſelen daarteſtellen, welke wij, door bloote ondervinding of hebbelijkheid, nimmer uit de ons onbekende oorzaken zouden hebben kunnen afleiden.

Het geen in het gemeen van elk bedrijf waar is, geldt ook in het bijzonder met opzigt tot die fraaije en nuttige kunst, waardoor de mensch aan tallooze behoeften van het gezellig leven wist te voldoen, wijdafgelegene landen en Volken als vereenigde, en den voorraad, de werkzaamheid, ja het vernuft van allen, voor allen wist dienstbaar te maken; ik meen den bouw en het beſtuur van ſchepen.

De kunst om ſchepen door onbegrensde zeeën veilig naar wijdafgelegene kusten te geleiden, werd in onzen tijd tot eene verbazende hoogte gebragt, en het wiskundig vernuft, mag, trots de onkunde en verwatenheid van velen, hiertoe den grootſten dienst bewijzen.

De kunst van ſchepen te bouwen en hunne beweging te regelen, bleef langen tijd alleen aan de ondervinding en bijzondere grondſtellingen der werklieden overgelaten; niet voor het einde der zeventiende eeuw begon men haar als eene wetenſchap, die tot den omvang der Wiskunde behoort, te beſchouwen; ſints dien tijd is zij, door toepasſing der Wiskunde, zeer veel beſchaafd en verbeterd, en hoewel het er ver van af is, dat zij de gewenschte volkomenheid reeds zoude bereikt hebben, en

der

der Werktuig- en Gezigtskunde, veel minder der Sterrekunde in volledigheid evenaren, mogen wij ons toch vleijen, dat niet flechts de gronden dier wetenfchap gelegd zijn, maar ook dat de weg afgemeten is en ons voor oogen ligt, langs welken wij de volkomenheid meer en meer zullen mogen naderen.

Maar is de theorie van den Scheepsbouw eene zoo nieuwe wetenfchap, zal welligt iemand zeggen, en dat daar de Scheepsbouw zelve eene der oudfte kunften is? Bouwde men vóór eeuwen reeds fchepen van het grootfte foort en tot allerlei gebruik dienstig, zonder kennis aan de theorie, wel waartoe dan nu in de negentiende eeuw, ons zoo zeer vermoeid om eene theorie te volmaken, daar de praktijk, reeds langen tijd, voor het gebruik volkomen gefchikt bevonden werd? Waar toe, dit zal welligt deze of gene mijner landgenooten er bijvoegen, eene theorie van den Scheepsbouw, voor ons Hollanders, die zonder theorie de fchepen bouwden, waarmede onze DE RUIJTER, TROMP, EVERTSEN en zoo vele groote Zeehelden, het oppergezag over de zee voerden en andere Natien onze vlag deden eerbiedigen, of onze Voorvaderen de fchatten van Oost en West in onzen fchoot bragten en den wijduitgeftrekften handel dreven?

Mag ik dezen in 't gemeen ook eens vragen, of hij dan ook de Ontleedkunde en de kennis van het menfchelijk ligchaam voor eene nuttelooze wetenfchap houdt, omdat de menfchen vele eeuwen geleefd hebben zonder dat men iets van deze wetenfchappen kende, en duizenden nog van dezelve onkundig zijn en blijven, fchoon zij eenen hoogen ouderdom gezond bereiken? — Of hij dan ook de Gezigts- en Werktuigkunde voor onnutte wetenfchappen houdt, omdat de menfchen eeuwen lang gezien en met hunne handen gewerkt hebben, vóór dat zij eenige kennis dezer wetenfchappen verkregen hadden? Mijnen landgenoot wil ik, met een droevig gevoel van 't geen wij nu zijn, bij 't geen wij eertijds waren, gaarne toegeven, dat, zoo wij maar, al ware het dan zonder theorie, den roem en het geluk onzer Vaderen hadden, het er voor het algemeene best van den Staat veel beter zoude uitzien, dan indien wij, met de volledigfte theorie, dien roem en dat geluk misfen; doch ik moet tevens hem herinneren, dat die roem en dat geluk, aan den Goddelijken zegen, aan den moed en de deugd onzer Voorvaderen, niet aan onkunde of onbedrevenvenheid is toetefchrijven, en dat het veel redelijker is te verwachten, dat, zoo het der Voorzienigheid behaagde de aloude welvaart en deugd onder ons te doen herleven, wij, bij de vollediger kennis en practijk van den Scheepsbouw, nog grooter geluk en meerderen roem behalen zouden. Laat ons dan, wel verre van te meenen dat onkunde en domheid eene waarachtig duurzame bron van algemeenen voorfpoed of geluk zijn kan, de befchouwelijke kennis van eene der nuttigfte kunsten des levens fteeds in hooge achting houden; zij alleen kan onze ondervinding regelen en verftandig leiden; zij geeft ons duizend middelen aan de hand, waardoor wij 't geen gebrekkig is mogen verbeteren, en ftelt ons in ftaat om nieuwe uitvindingen te maken, welke zoo nuttig in de beoefening als fchoon in de befchouwing zijn.

Gelijk de aard der natuurkundige wetenfchappen medebrengt, dat zij allezins met de ondervinding moeten inftemmen, en het geen naar theorie door berekeningen gevonden wordt, in practijk gebragt, door de ondervinding moet bewaarheid worden, zoo behoort men, vooral in den Scheepsbouw, de ondervinding allezins te raadplegen en met de theorie te vergelijken. Geene toch der wiskundige wetenfchappen berust op zoo ingewikkelde beginfelen, als deze, en hij, die zonder zich aan de ondervinding te bekreunen, ftoutelijk eene theorie wil ontwerpen, zal kasteelen in de lucht, doch geene fchepen voor het water bouwen. Men hebbe zich dan allerzorgvuldigst te wachten in de toepasfing der door theorie ontdekte regelen, vooral indien het op de voortgaande beweging van het fchip aankomt; want niet alles in de fcheepsbeweging is tot nog toe met dezelfde zekerheid bewijsbaar. — Het oogmerk van dit gefchrift is ook voornamelijk, den tegenwoordigen ftaat onzer theoretifche kennis van den Scheepsbouw, te behandelen, de bijzondere theorien, welke men van denzelven heeft, hoofdzakelijk optegeven en te vergelijken, om dus onzen landgenoot in ftaat te ftellen, het wiskundige dier kunst, welke wij fints zoo vele jaren met roem beoefenden, te overzien en zich te nutte te maken.

I N-

WISKUNDIGE

SCHEEPS-BOUW EN BESTUUR.

INLEIDING.

Een ieder die met een wijsgeerig oog, de vorderingen in kunſten en wetenſchappen gemaakt, aandachtig gadeſlaat, zal weldra den geheel verſchillenden gang van den menſchelijken geest in dezen bemerken, en onder de vorderingen in verſchillende takken van kunst en wetenſchap eene verſcheidenheid waarnemen, die alleen uit den menſchelijken geest zelven en den eigen aard dier wetenſchappen verklaarbaar ſchijnt. Rede-, dicht-, beeldhouwkunde en alle de kunſten der verbeeldingskracht zijn, uit haren aard, geheel van de natuur-, wis- en ſtarrekunde onderſcheiden. De eerſte vorderen, in den geest van hem die in haar uitmunt, al het hooge kunstvermogen en natuurbekwaamheden als vereenigd; zoo konde alleen het vernuft van HOMERUS de *Iliade* ſcheppen, in alle hare bijzondere en algemeene ſchoonheid en waarde, en PHIDIAS eenen *Jupiter* maken die de wereld verbaasde. Waar is het vernuft, waar is de hand die aan deze pronkſtukken zoude durven meesteren?

Elke kunst der verbeeldingskracht, hare grootſte hoogte in éénen man bereikt hebbende, valt met zijnen dood in haren vorigen ſtaat terug, de nakomelingſchap mogen zich in de heerlijke voortbrengſelen van het groot genie verheugen, en door die haren ſmaak vormen, maar de kunst of wetenſchap zelve kan niet dan door een genie, 't welk het vorige overtreft, tot grootere volkomenheid gebragt worden.

Geheel anders is het met de natuur- en wiskundige wetenſchappen gelegen; hare uitvinding is ook wel het werk van genie, niet minder groot dan dat van HOMERUS, PHIDIAS of van ARISTOTELES, maar het geen de wiskundigen uitvonden is inderdaad voor het verſtandsbegrip der menſchen volkomen verſtaanbaar, het vordert geen bijzonder genie, maar alleen verſtand om gekend te worden. Alles dan het welk door de grootſte vernuften in het wiskundige is daargeſteld, onderſcheidt zich van de voortbrengſelen in de kunſten der verbeeldingskracht, hierin voornamelijk, dat een ieder dien het niet aan moed en verſtand ontbreekt om te onderzoeken, dezelfde hoogte, waarop de uitvinder ſtond, kan bereiken, van waar zig dan tevens een grooter veld opent, waar nieuwe ontdekkingen voor hem te doen zijn. In bloot beſchouwelijke wetenſchappen, waar het vernuft alleen in uitvinding van ſchrandere theoriën bezig is, zag men niet zelden geheele leerſtelſels, in weinige jaren geboren, tot eene verbazende hoogte opgevoerd en voleind, doch even ſpoedig weder van het tooneel verſtooten worden, en plaats maken voor andere zamenſtelſels, het werk van nieuwere vernuften. Wie denkt hier niet aan den lotwisſel der overnatuurkundige wetenſchappen en de ſtelſels van ARISTOTELES, de Scholastikers, Carteſianen, en Leibnitzianen?

In de kunſten der verbeeldingskracht bouwt het genie eenen tempel, wiens ſchoonheid verrukt en bekoort, men ſtaart dien aan, doch kan er niet binnen treden; het werk der mindere genien is ſlechts, voor hun zelven eenen anderen tempel te ſtichten, doch die den vorigen in ſchoonheid niet kan evenaren; zoo ſtaat op het groote veld des menſchelijken vernufts, de *Iliade*, even als de zuil van POMPEJUS aan de kusten der middellandſche zee, men moge rondom haar duizende eerezuiltjes, het werk der mindere vernuften, ſtichten, doch zij zelve ſtaat alleen, en verduurt, trotsch op hare onbereikbare hoogte, de rollende eeuwen.

De wis- en natuurkundige wetenſchappen hebben zoodanige eerzuil niet, het gebouw door haar geſticht is nimmer voltooid, onwrikbaar werden deszelfs grondſlagen

gen voor eeuwen gelegd, geen tijd kan die verftoren, geen weelderig vernuft haar doen wankelen, want zij zijn in den menfchelijken geest zelven gegrond. — Hoe verbazend ook reeds de hoogte en uitgeftrektheid van dit gebouw zij, het is niettemin in al deszelfs deelen toegankelijk, en een ieder die hetzelve doorwandeld, of flechts een gedeelte van hetzelve naauwkeurig opgenomen heeft, is in ftaat iets ten verderen opbouw, verfiering of verbetering van het geheel, bijtedragen.

Veroorloof mij, waarde lezer! dezen beeldfprakigen toon, ik wilde in denzelven het eigenaardig verfchil tusfchen de fchoone en wiskundige wetenfchappen aanduiden. Inderdaad de wiskundige wetenfchappen zijn allezins met den aanleg onzer natuur en de ontwikkeling onzer vermogens overeenkomftig: volmaakbaarheid, het eigenaardig kenmerk der menschheid, is tevens dat der wiskundige wetenfchappen.

De wiskundige natuurkunde mogt vóór eeuwen den geest eeniger oude wijsgeeren bezig houden, als wetenfchap nogtans was zij vóór de zestiende eeuw onbekend: BACO was de eerfte die den weg der proefondervindelijke natuurkunde aanwees; DESCARTES paste de wiskunde op haar toe, en van dien tijd af aan is deze wetenfchap door de fchranderfte vernuften, met zulk een allergelukkigst gevolg, beoefend geworden, dat elk vak der natuurkunde, door deszelfs vereeniging met de wiskunde, aanmerkelijk volmaakt is.

Het bouwen en befturen van fchepen, werd langen tijd voor eene kunst gehouden welke buiten het gebied der wiskunde gelegen was. Sints vele eeuwen waren door alle handeldrijvende volken fchepen gebouwd en vloten uitgerust, zonder dat zij, die derzelver bouw beftuurden, naar een wiskundig plan te werk gingen; en in der daad, zoodra men, na veelvuldige mislukkingen, eindelijk een fchip verkreeg, 't welk zeil voeren en genoegzame lasten laden konde, hield men zich waarfchijnlijk aan dit ruw model, en liet voor het overige de gedaante zoo als die uit den bijl mogt uitvallen. Daar nu geene twee fchepen, naar die wijze, aan elkander volkomen gelijk konden zijn, befpeurde men weldra wat hier of daar, in het minst voldoende, te veranderen ware, en bragt het allengs, zonder eenige theorie, zoo verre, dat men fchepen bouwde, die voor het oogmerk en gebruik, zoo men meende, genoegzaam voldeden.

In dezen ftaat van den fcheepsbouw had elk fcheepsbouwmeester zijne regelen naar welke hij te werk ging, die, als zoo vele bijzondere maximes, naar zijne meening, of de overlevering zijner voorgangeren, op de ondervinding berustten, doch aan welker bewijs men zich niet bekreunde, zich te vrede houdende met dezelve te kunnen gebruiken. Het is er intusschen verre van af, dat dit eenigermate den scheepsbouweren ten verwijt zoude strekken, daar het veeleer te wenschen ware, dat men, in elk vak der natuurkunde, op deze wijze ware te werk gegaan, en zich op proeven en waarnemingen, in plaats van op theoriën, welker hersenschimmig aanwezen weldra door de ondervinding gelogenstraft werd, had toegelegd. Ondervinding toch is de eenige weg, langs welken wij uit de verschijnselen der natuur het spoor harer wetten ontdekken kunnen, zonder haar is allen arbeid vruchteloos; maar op dezen weg moet de wiskunde ons vergezellen, zij alleen leert ons hoe wij de natuur moeten raadplegen, zij alleen is in staat om de waargenomene verschijnselen te verklaren en regelen uit haar afteleiden, welke de wetten der natuur voor ons verstaanbaar maken.

Geenszins wilden wij dan den scheepsbouweren hunne vaste regelen, naar welke zij gewoon zijn te werken, ontnemen of derzelver waardij loochenen, maar wij wenschten alleenlijk, dat vele over dezelve meer verstandig nadachten en derzelver oorzaken in verband trachtten optesporen. Daar dit nu zonder kennis aan wis- en werktuigkunde onmogelijk is, zijn deze wetenschappen voor hun ten uiterste belangrijk; kennis toch aan de wetten der natuur is in dezen waarlijk wiskunde, en geene regelen kunnen algemeen waar zijn, die niet op wiskundige gronden rusten.

Ware dan wiskunde en ondervinding steeds hand aan hand gegaan; had men elken practischen regel aan het wiskundig verstand getoetst, dan was ook de theorie van den scheepsbouw te gelijk met deszelvs practijk gevorderd, en wij zouden thans, zonder twijfel, in beiden veel verder dan nu gekomen zijn.

Eene korte opgave van de voornaamste schriften over den theoretischen scheepsbouw, zal hier, zoo ik meen, niet kwalijk geplaatst zijn.

JONAS WITSEN, een man door zijne kunde en schriften onder ons beroemd, gaf het eerst, in 1671, een volledig werk over den scheepsbouw in het licht; men vindt daarin eene juiste opgave van alles het welk tot den Nederlandschen scheepsbouw

van

van 's mans tijd behoort, met de juiste afmetingen van alle fcheepsgedeelten en derzelver verhouding. Het werk draagt allerwege blijken van de geleerdheid en kunde, zoo wel als van het oordeel, des aanzienlijken fchrijvers; in het XVII. Boek, vindt men eenige theoretifche beginfelen over den tegenftand van het water en den hoek, welken het zeil met de kiel moet maken bij verfchillende koerfen, doch dit is zeer oppervlakkig en onvolledig; voorts verlangt men hier te vergeefs eenige verdere theorie, alles is of empirisch of oudheidkundig, en geen wonder, daar de theorie der waterloopkunde toen in haar eerfte begin was, en men om geene dadelijke toepasfing daarvan op den fcheepsbouw nog denken konde. — De Franfche Ridder RENAU geraakte in 1693. met onzen voortreffelijken wiskunstenaar CHR. HUYGENS in een gefchil over den voordeeligften hoek, waarop het zeil tot de kiel ftaan moet, bij verfchillende koerfen. De geleerde JAC. BERNOUILLI nam de partij van HUYGENS, terwijl zijn broeder JAN, Profesfor te Bazel, eerst de partij van RENAU gekozen hebbende, in 't vervolg ook het gevoelen van HUYGENS bijviel, en hetzelve verdedigde in zijne *Esfai d'une nouvelle theorie de la manoeuvre des Vaisfeaux*, en dit was het eerfte wiskundige werk over den fcheepsbouw, 't welk het licht zag in 1714, fchoon kort te voren (1713.) M. PARENT, lid der Kon. Academie der Wetenfchappen te Parys, zijne *Recherches de Mathem.* uitgaf, waarin op dezelfde beginfelen met die van BERNOUILLI gebouwd werd. — In 1697. had PAUL HOSTE, een Jefuit, en Profesfor te Toulon, zijne *Theorie de la Conftruction des Vaisfeaux* in 't licht gegeven, waarin hij, even als DON GEORGES JUAN, (van wien wij ftraks zullen fpreken) beweert dat de tegenftand de enkelvoudige reden der fnelheid, en van den finus van den hoek der invalling volgt. In 1731. fchreef PITOT eene *Theorie des manoeuvres des Vaisfeaux*, 't geen allezins naar de theorie van BERNOUILLI was ingerigt. Veertien jaren later (1746) verfcheen het voortreffelijk werk van BOUGUER, *Traité du Navire, de fa Conftruction & mouvemens*, 't welk in volledigheid, zoo wel ten aanzien van het practifche als theoretifche, allezins de vorigen verre overtreft, en voor de eerfte wiskundige theorie van den fcheepsbouw mag gehouden worden. Drie jaren later gaf een der grootfte wiskundigen die immer geleefd hebben, L. EULER, zijne *Scientia*

Navalis uit, waarin de moeijelijkſte en ingewikkeldſte voorſtellen aangaande de werking des waters, wiskundig, met alle die duidelijkheid en volledigheid den grooten man eigen, behandeld worden; doch hoe groot een ſchat dit werk ook voor de wetenſchap zijn moge, men mist in hetzelve die bruikbaarheid en practiſche nuttigheid, waardoor het voor den ſcheepsbouw meest voordeelig zijn zoude. EULER gaf ook een kort uittrekſel van dit werk, onder den titel, *Theorie complette de la conſtruction & de la manoeuvre des Vaisſeaux*, 't welk het volledigſte en bruikbaarſte van allen is die men tot nog toe heeft. De drie laatstgenoemde ſchriften bevatten al wat in de theorie van den bouw en het beſtuur der ſchepen belangrijk is uitgevonden. Hoe volledig deze theorie, wiskundig beſchouwd, ook zijn moge, hoe gereedelijk ook, al wat tot den bouw en het beſtuur der ſchepen betrekking heeft, uit dezelve worde opgelost, is zij nogtans ver af van in de practijk allezins voldoende bevonden te zijn; menigvuldige uitzonderingen en zwarigheden komen er dikwerf in voor, vooral bij de theorie van het ſcheepsbeſtuur, welker oplosſing men te vergeefs met de tot nog toe algemeen aangenomene beginſelen trachtte overeentebrengen; dit bragt bij ſommige Wiskundigen de theorie geheel in verdenking, niet dat men aan het geen wiskundig in dezelve bewezen was, maar aan de beginſelen waarop hetzelve berustte, meende te moeten twijfelen. Eene der voornaamſte zwarigheden welke zich tegen de theorie opdoet, is in de ſnelheid van een zeilend ſchip, welke, naar deze theorie, nimmer grooter dan een derde ($\frac{100}{316}$) van die van den wind worden kan. Daar evenwel menigvuldige waarnemingen leeren, dat, bij eene ſtijve koelte, de windſtroom eene ſnelheid heeft van 24 voet in het ſeconde, is de grootſte ſnelheid van eenig vaartuig $\frac{100}{316} \times 24$ of $7\frac{41}{316}$ voet in het ſeconde, en dus $1\frac{1}{12}$ geogr. mijl in het uur, de geogr. mijl 23590 Rhijnl. voeten ſtellende: nu leert de dagelijkſche ondervinding den zeelieden, dat men bij zulk eene koelte, gewoonlijk twee, ja drie mijlen aflegt, welke laatſte ſnelheid eenen windſtroom van 70 voet zoude vorderen, 't geen een waarlijke orkaan is. Volgens de waarnemingen (door DON GEORGES JUAN medegedeeld) nopens den tijd waarin de kanaalbooten, die in de baai van Cadix gebruikt worden, en andere ſoortgelijke vaartuigen, heen en weder varen, is de ſnelheid dier booten doorgaans, zelfs bij eene ſlaauwere koelte van 11 à 12 voet in het ſeconde, geen tiende

ge-

gedeelte minder dan die van den wind, en ſommige welbezeilde vaartuigen kunnen in zekere omſtandigheden, ('t geen in den eerſten opſlag ongeloofelijk ſchijnt, doch niettemin door denzelfden ſchrijver, als door geloofwaardige bewijzen geſtaafd, wordt opgegeven,) $\frac{1}{4}$ ja $\frac{1}{3}$ ſneller dan de wind zeilen. Deze en andere zwarigheden in de gewone theorie, ſcherpten het vernuft van den aanzienlijken en in de wiskunde zoo zeer ervarenen Spaanſchen ſcheepsbevelhebber DON GEORGES JUAN en deden hem de geheele theorie, hoe groot ook het gezag was hetwelk haar ſchragen mogt, verwerpen en eene geheel nieuwe uitvinden, wier reſultaten van die der oude ten eenenmale verſchilden, doch, naar zijn berigt, met de beweging der ſchepen volkomen overeenſtemden, ten minſte veel minder dan de oude van dezelve afweken.

Naar de tot nu toe algemeen aangenomene theorie, is de tegenſtand in de reden der oppervlakte, die van het vierkant der ſnelheid, en als het vierkant van den ſinus van den hoek van invalling; doch, naar de theorie van DON GEORGES JUAN, is dezelve als de oppervlakte, als de vierkante wortel der diepte van 't vlak onder water, als de enkelvoudige ſnelheid en de ſinus van den hoek van invalling, of zoo S de oppervlakte, D de diepte, V de ſnelheid, en Θ de hoek van invalling zij, is, naar de oude theorie, de tegenſtand $= SV^2$ ſin. Θ^2; doch, naar DON JUAN, SV ſin. $\Theta \sqrt{D}$.

Bij de III^de Afdeeling zullen wij de gronden van deze nieuwe theorie behandelen, doch hier ſlechts aanmerken, dat de proefnemingen, tot hier toe, om den tegenſtand eener vloeiſtof tegen eene oppervlakte te bepalen, in het werk geſteld, met de theorie, ten aanzien van de reden van dien tegenſtand, als het vierkant der ſnelheid en de enkelvoudige oppervlakte, volkomen overeenſtemmen; doch dat bij de helling van een vlak, de reſultaten der proefnemingen verbazend veel van de reden der vierkanten van den ſinus van den hoek van invalling afwijken, zoo dat bij ſchuinsſtaande vlakken, de oude theorie volkomen onbruikbaar ſchijnt. Welligt nu ontſtaat het groot verſchil tuſſchen de dadelijk waargenomene ſnelheid der ſchepen, en die welke zij naar de theorie hebben moeſten, alleen uit deze verkeerd aangenomene wet van het vierkant van den ſinus, niemand althans kan van voren de onmogelijkheid hiervan bewijzen.

De

De nieuwe theorie welke DON JUAN in zijn werk *Examen Maritime* (*) gegeven, en naar zeer fraaije berekeningen voorgedragen heeft, verdient buiten twijfel alle oplettendheid der wiskundigen, daar hare resultaten, naar de opgave des schrijvers, met de dadelijke practijk van scheepsbestuur zeer juist instemmen, terwijl die der oude theorie zoo aanmerkelijk hiervan verschillen.

Het werk van DON JUAN, 't welk vrij omslagtig is, en tevens, met de beginselen der werktuigkunde en waterloopkunde, zeer vele moeijelijke, en voor de algemeene practijk min noodige, zaken behandelt, scheen mij voor eene aanmerkelijke bekorting vatbaar; ik ondernam dezelve, te meer daar, voor zoo verre mij bekend is, nog niets over deze nieuwe theorie, welke in der daad niets minder dan eene geheele omwenteling in de waterloopkunde en scheepstheorie ten doel heeft, aan onze Landgenooten bekend werd gemaakt, behalve het geen de Heer BRUNINGS, bij eene algemeene beschouwing van den tegenstand van het water en der theoriën, dienaangaande in WOLTTMANN's *beytrage* III *Theil*, gewaagt, waarvan wij bij onze beoordeeling der theorie nader zullen spreken. Ik achtte het, in de tweede plaats, nuttig de resultaten der oude en nieuwe theorie voor den scheepsbouw, te vergelijken, en hierom moest ik, overal waar de beide theoriën verschilden, met de opgave der eene ook die der andere paren, om dus den lezer in staat te stellen, het groot onderscheid, 't welk er tusschen die beide is, te beoordeelen.

Het schijnt in der daad vreemd, dat men in onzen tijd, nu zoo vele wiskundige wetenschappen en hare nuttige toepassing op de practijk, met eene bijna volkomene wiskundige zekerheid behandeld worden, in de waterloopkunde, en derzelver toepassing op den scheepsbouw, nog zoo zeer in het onzekere verkeert. Geene andere reden is hier van te geven, dan de eigenaardige moeijelijkheid om uit de natuur der vloeistoffen vaste regelen te bepalen, waarop men de theorie alsdan veilig kan bou-

(*) *Examen Maritime & Pratique, ou Traité de Mecanique, appliquée à la construction & à la manoeuvre des Vaisseaux & autres Batimens,* par DON GEORGES JUAN, *Commandant d'Aliage &c. &c. &c. traduit de l'Espagnol avec des additions par* M. LEVEQUE, *Ingenieur hydrographe de la Marine &c.* II *Tom. in* 4to *à Nantes* 1783.

bouwen (*). Zoo lang het ons aan deze ontbreekt, kan het niet anders, of de theoriën moeten tegen elkander inloopen. Er is intusſchen geen andere weg, om ons uit deze onzekerheid te redden overig, dan die van proefneming; proeven nopens den tegenſtand van het water, kunnen alleen beſlisſen het geen de theorie nimmer vermag; de Natuur toch alleen kan ons de data geven, welke, eenmaal onwrikbaar vastgeſteld, den grondſlag leggen waarop het wiskundig vernuft het gebouw der theorie met volkomene gewisheid mag oprigten.

Sints vele jaren ſtelden de waterloopkundigen zoodanige proeven in het werk, maar vele derzelve gaven geene reſultaten, waaruit men voor de practijk, 't geen men zocht volkomen beſlisſen kon; ſommige werden te zeer in 't klein gedaan en eenige waren niet naauwkeurig genoeg. Wij zullen hiervan breeder bij het begin der III^de^ Afdeeling handelen.

Daar het onderwerp, gelijk bij alle theoriën waar het op eene juiste kennis der krachten en werkvermogens aankomt, alleen op eene wiskundige wijze moest behandeld worden, wordt ook in den Lezer van dit ſtukje duidelijke kennis der gewone meet- en ſtelkunde, vooral der laatſte, gevorderd, zonder welke toch geen deel der natuurkundige wetenſchappen regt verſtaanbaar is. — Niet zelden vereischte de aard des onderwerps eene meer gevorderde (hoogere) wiskunde, die den ſleutel tot de geheimenisſen der natuur geeft, en ons, door de fijnſte ontwikkeling der krachten, tot hare eenvoudigſte en eerſte werkingen moet leiden, om uit dezelven tot de zamengeſtelde opteklimmen. Ik heb nogtans, zoo veel als uit de gewone wiskunde betoogbaar was, door haar behandeld; zoo dat ook die genen welke van de hoogere gedeelten dezer wetenſchap geene kennis hebben, de I^ſte^ en II^de^ Afdeeling volledig zullen kunnen verſtaan; doch in de III^de^ zullen zij meestal met de reſultaten dezer hoogere berekening zich moeten te vrede houden, — ten zij, 't geen ik zoo hartelijk wenſche, de belangrijke zaken die alleen door de hoogere rekening kunnen gevonden worden, hun nopen konden, om zich ook op deze toe te leggen.

Het

(*) Men zie hierover, onder anderen, het geen de Heer BRUNINGS in het aangehaalde werk zegt.

Het valt inderdaad te bejammeren, dat eene wetenfchap, welke bij uitfluiting voor het fieraad *onzer* eeuw mag gehouden worden, door zoo weinigen gekend en beoefend wordt; en fchoon ik zeer wel weet, dat het velen aan tijd en gelegenheid hiertoe ontbreekt, ben ik niettemin door eigene en anderer ondervinding overtuigd, dat men hare beoefening met die van andere wetenfchappen kan vereenigen, en dat niemand, die eene letterkundige opvoeding geniet, zijns onwillens behoeft onkundig te blijven van dien onmetelijken fchat der belangrijkfte natuurwaarheden, welke ons de toegepaste wiskunde alleen ontfluit.

De wensch van aan deze fchoone wetenfchap onder onze landgenooten dienstbaar te zijn, bezielt mij te zeer, dan dat ik hare bevordering, ook bij dit ftukje, niet tevens als doelwit mij voorftelde.

Wat nu de wijze betreft waarop wij onze ftoffe meenden te moeten behandelen: zij laat zich gevoegelijk tot drie Afdeelingen brengen. In de I^{ste} befchouwden wij het fchip in rust: in de II^{de} in eene beweging alleen om eene lijn welke door het fchip zelven kan getrokken worden, zonder eenige voortgaande beweging: in de III^{de} befchouwden wij het fchip in deszelfs voortgaande beweging. Bij de I^{ste} en II^{de} Afdeeling heeft het verfchil der theoriën ten minfte geenen regtftreekfchen invloed, doch bij de III^{de} loopen beider behandeling en refultaten geheel uit elkander.

EER.

EERSTE AFDEELING.

EERSTE HOOFDSTUK.

OVER DE SCHEEPSBOUWKUNDE IN HET GEMEEN.

§. 1.

Gelijk de meeste kunsten des gezelligen levens haren oorſprong aan de behoefte der menſchen verſchuldigd zijn, zoo is het ook met den ſcheepsbouw gelegen. De mensch op deze aarde geplaatst om die te bebouwen, en van hare vruchten en voortbrengſelen te leven, moest weldra middelen uitvinden, om zich van de eene naar de andere zijde der rivier met have en goed te kunnen begeven, en welligt was de eerſte huisvader ook de eerſte ſchipper. — Er is mogelijk geene kunst die van zoo kleine beginſelen aanving en tot zulk een' trap van volmaaktheid gebragt werd; hoe verbazend zijn de vorderingen in dezelve gemaakt! hoe groot is de afſtand van de eerſte kanoe of ruwe boomſtam, waarop men het riviertje durfde over ſteken, en het linieſchip of den koopvaarder, die over onmeetbare zeeën den aardkloot omzeilt! Geene kunst is welligt voortreffelijker en nuttiger dan de ſcheepsbouw; zij brengt de wijdafgelegenſte natien met elkander in gemeenſchap, en geeft dat alle volken onderling de voortbrengſelen der ganſche aarde met elkander genieten, zij ſtelt hen in ſtaat om hunne bijzondere uitvindingen, kunsten en wetenſchappen aan elkander mede te deelen, en den band, die het menfchelijk geflacht verbinden moest, naauwer toetehalen; zonder haar was het grootfte gedeelte van den aardbodem voor den mensch van weinig nut, en volken, door zeeën of wijde rivieren gefcheiden, waren buiten twijfel onkundig van elkanders aanzijn; zonder haar zouden kunsten en wetenfchappen nimmer eenige volkomenheid bereikt hebben, terwijl zij ook onder de bewoners van hetzelfde land menigvuldige genoegens verfpreidt en velerlei aangenaamheden des levens aanbrengt.

§. 2.

Gelijk in alle kunsten, kon men in de fcheepsbouwkunde, niet dan zeer langzame, en na veelvuldige, nu eens welflagende, dan weder mislukkende proeven, eenige aanmerkelijke vorderingen maken. Niemand was in ftaat om den weg, dien het uitvindend vernuft nemen zoude, van vóren aftebakenen, of te bepalen hoe verre men het op denzelven brengen mogt. — Alleen van achteren kunnen wij die vorderingen overzien, en, met bijeenzameling der ondervinding van vorige eeuwen, zelve verder gaan. De wiskunde, die over alle kunsten des levens zoo veel lichts verfpreidt, zij die den wankelenden tred der proefneming ftevigt, de ondervinding regt bruikbaar maakt, en alom, waar men haren invloed wil inroepen, licht en waarheid doet opgaan, zij heeft ook hier haar wijduitgeftrekt gebied, daar zij alleen ons de kunst om fchepen naar vaste regelen te bouwen en te beftuuren aan de hand geeft, en wij, zonder hare voorlichting, fteeds in het onzekere zouden omdolen.

§. 3.

Elk fchip moet dienen kunnen om perfonen en goederen veilig over het water aan eenen anderen wal te brengen; hier toe wordt vereischt, dat er in het fchip genoegzame berging of holte zij, waarin de goederen en perfonen voor het water beveiligd zijn, en eene beweegkracht waardoor het fchip naar de begeerde plaats overgevoerd wordt. Alle ligchamen op het water drijvende, perfen, volgens waterweegkundige

wet-

wetten, eene hoeveelheid waters weg, welker gewigt aan het hunne gelijk is; zoo beſlaat dan ook het geladen ſchip zoo veel ruimte in het water, als door eene hoeveelheid waters van gelijke zwaarte zoude ingenomen worden. In naauwere vaarten of rivieren kan men vierderlei beweegkracht gebruiken: het zeilen, roeijen, trekken en boomen; — in wijdere en op zeeën, kan men alleen met zeilen of roeijen voortkomen; het zeilen, geenen arbeid van menſchen vorderende, en de zeilkracht zoo veel men wil kunnende vergroot worden, is voor de voornaamſte en nuttigſte beweegkracht te houden.

§. 4.

De voornaamſte eigenſchappen van een ſchip zijn: deszelfs hechtheid en ondoordringbaarheid voor het water, of digtheid; genoegzame grootte; ſtevigheid op het water, (ſtabilité) en ſnelheid. Aan elk dezer vereischten kan altijd niet even zeer voldaan worden, daar men ſomtijds wat van de eene om de andere moet overgeven: bij ſommige ſchepen komt het meest op de hechtheid aan, andere moeten ſnelle zeilers zijn, eenige moeten aan onſtuimige zeeën wederſtand kunnen bieden, andere ſlechts voor ſtille wateren berekend zijn; de aard en toeſtel der takelagie, de plaatſing der goederen, de ſmaak der ſcheepsbouweren eindelijk, maken in de grootte en gedaante der ſchepen eene bijna tallooze verſcheidenheid: alle hebben nogtans eenige onderlinge overeenkomst, en eene gedaante die naar hun gemeen gebruik behoort te worden ingerigt.

§. 5.

Indien men een ſchip de gedaante van een hollen kloot, of van een gedeelte deszelven gaf, dan zoude het, buiten twijfel, den grootſten inhoud hebben, want de wiskunde leert ons, dat men, uit dezelfde bouwſtof, geen ligchaam van grooter inhoud kan vervaardigen dan een kloot; maar zulk een klootsch ſchip zoude in geene andere rigting, dan alleen op de ſtreek des winds kunnen zeilen; want daar hetzelve overal denzelfden tegenstand des waters lijden moest, zou het geene andere rigting kunnen volgen dan die van den wind; slechts voor den wind, nimmer met half wind, veel min digter bij den wind, zou dit schip zijnen koers kunnen rigten. Men is dan genoodzaakt eene andere gedaante voor het schip te zoeken: gaf men hetzelve de gedaante van een parallelepipedum, of langwerpigen regthoek, dan was er grooter tegenstand tegen de zijden dan van voren, zoo nu die zijden, in vergelijking met den voorsteven, lang genoeg waren, konde men bij een' zijdelingschen wind eenigermate voortkomen, — maar zulk een schip zoude tegen den voorsteven een' sterken tegenstand des waters lijden; in plaatse dan van eenen vlakken voorsteven, maakte men denzelven gebogen, waardoor de tegenstand merkelijk verminderd wordt. — Alle schepen moeten dus noodzakelijk langwerpig, en van voren rondachtig gebogen zijn.

Daar elk schip vlak op het water liggen, en deszelfs tegenoverstaande boorden even hoog boven water zijn moeten, moet hetzelve uit twee, in alles volkomen gelijke, deelen zamengesteld zijn, die, door de kiel en stevens vereenigd, ter wederzijden gelijke holte of ruim maken, en gelijken tegenstand aan het water bieden. Om den koers naar welgevallen te rigten dient het roer of stuur, hetwelk, ter zijde bewogen, maakt dat de oppervlakte, die aan het water weêrstand biedt, aan die zelfde zijde grooter wordt; daar nu hierdoor de tegenstand grooter wordt, zal het schip van rigting veranderen, en naar den kant waar het roer ligt afwijken. Tot den voortgang van het schip door zeilen, dienen een of meer masten, waaraan de zeilen vast gemaakt worden; de gedaante dier zeilen is zeer verschillend, doch zij kunnen tot twee hoofdsoorten gebragt worden, zoodanige, namelijk, welker sprieten horizontaal zijn, en die, om dat zij doorgaans vierkant zijn, *vierkante* geheeten worden; en andere welker eene zijde geheel aan den mast is vastgehecht, of waarvan de sprieten met het eene einde, ergens aan het boord worden vastgemaakt; deze worden *Latijnsche* zeilen genaamd.

§. 6.

§. 6.

Daar de ondervinding blijkbaar leert, dat de tegenſtand van het water tegen gebogene oppervlakten veel minder is dan tegen vlakke of hoekige, moet men ook alle ſcherpe hoeken, zoo veel mogelijk, in den ſcheepsbouw vermijden, en het gedeelte dat onder water is overal rondachtig gebogen maken, hetwelk bij alle ſchepen meer of min in acht genomen wordt; maar deze langwerpig rondachtige gedaante kan op velerlei manieren gewijzigd worden. De ganſche ſcheepsbouwkunde berust op het vervaardigen van een ſchip naar de vereischten die §. 4. zijn opgegeven; hoe nader men aan de klootſche gedaante komt, des te grooter wordt de inhoud en de hechtheid van het ſchip, doch tevens des te minder deszelfs geſchiktheid om met allerlei winden te zeilen; hoe langwerpiger men daarentegen timmert, des te meer voordeel heeft men voor het zeilen, maar men verliest in ſtevigheid en in ruimte: de grootſte lengte die men een ſchip pleegt te geven is achtmaal deszelfs breedte; de kleinſte, tusſchen de drie en viermaal; en wat de diepte aangaat, zij mag, van den waterſpiegel gerekend, nimmer meer dan de helft of minder dan een derde der breedte zijn, om redenen in het vervolg te ontvouwen.

§. 7.

Elk ſchip heeft, gelijk alle ligchamen, lengte, wijdte en diepte of hoogte, deszelfs wiskundige beſchouwing behoort dan ook, naar de drie afmetingen genomen te worden; — men noemt den grootſten afſtand tusſchen den voor- en agterſteven, de *lengte* van het ſchip; het vlak, hierdoor en tevens door de kiel getrokken, deelt het geheele ſchip in twee gelijke deelen; — regtſtandig op dit vlak trekke men een ander, ter grootſte wijdte van het ſchip aan het hoofdſpan; een derde vlak zij regtſtandig op deze beide en evenwijdig met de waterlijn, of het vlak der doorſnede van het water. In deze drie vlakken wordt de gedaante van het ſchip, naar doorzigtkundige teekening afgebeeld. — De ſcheepsbouwkundigen hebben verſchillende wij-

wijzen uitgedacht, waarop zij hunne planteekeningen ontwerpen mogten, doch alle bepalen zich tot de drie genoemde. Wenfchelijk, ja noodig was het, dat men geen vaartuig, dan naar een vooraf gemaakt, en geteekend ontwerp bouwde, de fcheepsbouw zoude hiervan in duizende gevallen veel voordeel hebben. — Van ouds maakte men de fchepen, bijna zonder eenig wiskundig geteekend plan; meestal zoo als die, naar men zegt, uit de bijl vielen; doch in latere tijden heeft men zich bij het bouwen van groote fchepen op naauwkeurige teekeningen zeer toegelegd. Ik acht het voor mijn oogmerk niet noodig, om de verfchillende wijzen, waarop men in dezen al te werk gaat hier optegeven, [men zie over onze aloude Hollandfche fcheepsbouw-teekening J. WITZEN, en over die der Franfchen en Engelfchen, benevens eene geometrifche manier, het *Examen Maritime*, *tom.* II.], doch zal alleen het ontwerp eener fcheepsteekening, voor zoo verre die tot het wiskundige behoort, dat is van het gedeelte 't welk onder water ligt, ophelderen. — Men verbeelde zich bij de eerfte projectie het fchip zoo als Fig. C, en deszelfs kiel TRS, en ftevens SC en AT voor zoo verre het onder water ligt: bij de tweede projectie ftelle men zich het fchip in deszelfs kromhouten, tot op de grootfte wijdte, voor, en plaatfe zich regt voor den voor- of agterfteven; dan zullen zich, gezigtkundig, elk der kromhouten op het vlak van het hoofdfpan, zoo als Fig. N vertoonen: tot de derde projectie, verbeelde men zich in Fig. C eene loodlijn BR, ter grootfte diepte van het fchip, uit de waterlijn ABC tot op de kiel getrokken; men verdeele deze in vijf of meer gelijke deelen; — indien men zich wijders voorftelt, het fchip, dáár waar het op het water ligt, doorgefneden, en het vlak van 't papier dit horizontaal vlak te zijn, dan zal Fig. D het kromlijnig vlak aBCia de helft dier doorfnede voorftellen, zoo als die zich vertoont, indien men het oog vlak boven dezelve plaatst; wijders zijn da'Ef, ga''Hc, Ka'''Lm, na''''Op, de vlakken, die door E, H, L, O in Fig. C alle evenwijdig met het eerfte vlak in het fchip getrokken zijn, zoo als die zich doorzigtkundig in het vlak aBCia vertoonen.

§. 8.

§. 8.

De ribben, de kiel, de voor- en agterſteven, maken het geraamte van het ſchip uit, 't welk met planken van vereischte dikte bekleed moet worden; bij het bouwen van elk ſchip komt dit geraamte allereerst in aanmerking, de bekleedſelen moeten meer of minder dik gemaakt worden naar de grootte van het ſchip en de ſtevigheid die hetzelve hebben moet; wat nu de bijzondere bepalingen van dit alles aangaat, wijzen wij, den zulks begeerenden Lezer, tot de reeds aangehaalde ſchriften.

TWEEDE HOOFDSTUK.

OVER HET DRIJVEN EN HET EVENWIGT VAN HET SCHIP.

§. 9.

Daar, naar waterweegkundige wetten, elk ligchaam, 't welk op het water drijft, juist zoo veel plaats in hetzelve inneemt, als eene hoeveelheid waters van gelijken inhoud beſlaan zoude, zoo moet niet ſlechts elk ligchaam, 't welk ſoortelijk ligter dan het water is, maar ook die ligchamen welke zwaarder dan het water zijn, op hetzelve drijven, indien men hun eene gedaante geeſt, die eene hoeveelheid waters kan bevatten zwaarder dan het ligchaam zelve is. Indien de ſoortelijke (ſpecifiſche) zwaarte van het ſchip minder is dan die van het water, dan zal hetzelve, ſchoon geheel volgeloopen, nogtans niet zinken kunnen. Indien men dan weet hoe vele Cubicq voeten hout en ijzer aan het ſchip zijn, vermenigvuldige men elk afzonderlijk met het getal, 't welk hunne betrekkelijke zwaarte tot die van het water uitdrukt, zoo nu deze fom kleiner bevonden wordt dan het aantal der Cubicq voeten, met de betrekkelijke zwaarte van een cubicq voet waters vermenigvuldigd, dan zal de romp van het fchip, fchoon vol water geloopen, eenigen tijd moeten drijven. Het is van belang dit bij kleine en opene vaartuigen te onderzoeken, die bij eene overkomende zee vol geraken, doch niet zinken zullen, indien de betrekkelijke zwaarte van alle de bouwftoffen en der lading minder dan die van het water is: indien de lading foortelijk ligter dan het water en in het fchip befloten is, zal, bij het vol loopen, het fchip nog zoo veel gemakkelijker drijven.

§. 10.

Fig. 1. ADLEB verbeeldt een fchip, welks waterlijn abce, holte FL, diepte onder water fL is; het gedeelte acbeDE onder water liggende, beflaat eene ruimte, die ingenomen kon worden door eene hoeveelheid waters, even zwaar als het geheele fchip. Het fchip perst het water met zijn geheel gewigt; het weggeperste water zoekt, naar de wetten der vloeiftoffen, zich in evenwigt te herftellen, waardoor dan het gedeelte van het fchip dat onder water is, door de van alle zijden omringende waterdeeltjes, op alle punten geperst wordt; de kiel en bodem wel het allermeest, en regtftandig naar boven; de andere gedeelten zijdelings, doch altijd met eene loodregte kracht, die fteeds ftrekt om het fchip regtftandig opteligten. Indien dan het fchip ftil op het water ligt, moet zijne perfende kracht met die des waters in volkomen evenwigt zijn, het ftil liggen is dus aantemerken, als het gevolg en een blijk des evenwigts van de fom der vermogens van de beide krachten.

§. 11.

Men kan de krachten, welke bij de drukking of perfing op elk deeltje van eenig ligchaam werken, zich voorftellen als in het gemeene zwaartepunt des ligchaams vereenigd; het vermogen waarmede het fchip het water drukt, kan men als eene kracht befchouwen, waarmede het zwaartepunt van het fchip loodlijnig naar beneden

den perst; even zoo mag men ook de gezamenlijke werking der waterdeeltjes, die het ſchip naar boven perst, aanmerken als eene kracht in het zwaartepunt van de figuur, die het onder water liggend gedeelte van het ſchip uitmaakt, loodlijnig naar boven werkende, zoo kan men de gezamenlijke werking der beide krachten tot die der zwaartepunten brengen.

§. 12.

Het zwaartepunt van het ſchip zoo wel als dat des weggeperſten waters is altijd in een vlak, 't welk regtſtandig op de kiel is; omdat ter wederzijden van de kiel de tegenoverſtaande gedeelten van het ſchip, en van de figuur des weggeperſten waters, gelijkvormig en even groot zijn. Men ſtelle dan het zwaartepunt van het ſchip in T, Fig. 2.
dat des waters of der figuur a c b c D E (F. 1.) in t, zoo zal het ſchip, volgens T n, het water drukken, doch het water, volgens t v, het ſchip naar boven perſen; door deze krachten, die in eene tegenovergeſtelde rigting werken, moet het ſchip om een zeker punt M in de lijn T t bewogen worden, de eene ſteven A D gedurig dieper inzinken, de andere B E rijzen, en nimmer zal het ſchip ſtil of in evenwigt liggen, voor en aleer de rigting der beide krachten T n en t v, vlak tegen elkander zij overgeſteld, of in eene en dezelfde loodlijn valle. Hieruit volgt deze gewigtige grondregel in den ſcheepsbouw: dat bij elk drijvend ſchip, het middelpunt der ſcheepszwaarte, met het middelpunt der perſing in eene en dezelfde loodlijn zijn moet.

§. 13.

Het zwaartepunt van het ſchip en dat des waters, ſchoon altijd in eene en dezelfde loodlijn, kunnen verſchillende hoogte hebben; een ſchip, welks bovenlast groot is, heeft zijn zwaartepunt boven de oppervlakte des waters, en dus boven het zwaartepunt van het onder water liggend gedeelte; doch indien de last op of zeer nabij aan de kiel DE geplaatst, en tevens groot genoeg is, zal het zwaartepunt R onder

het punt g zijn. In beide gevallen nogtans kan het schip drijven of in evenwigt zijn, indien maar de beide punten in dezelfde loodlijn liggen: elk schip ſtelt zich
Fig. 1. van zelven in dezen ſtand, doch zoo de afſtand der beide punten R en g zoo groot is, dat zij niet in eene en dezelfde loodlijn komen kunnen, ten zij ergens het boord onder water helle, dan kan het ſchip nimmer ſtil op het water liggen of drijven, maar moet naar de eene zijde omſlaan.

§. 14.

Het zwaartepunt van het ſchip en der lading R, noem ik *zwaartepunt;* het middelpunt der perſing g, *waterpunt.* Het is eene erkende natuurwet, dat elk ligchaam vrij aan zich zelven overgelaten, zoo diep in eene vloeiſtof inzinkt, als het naar zijne uitgebreidheid, zwaarte, en den aard der vloeiſtof, kan inzinken; het zwaartepunt van het ſchip zal dan ook altijd, zoo diep als mogelijk is, zijn ingezonken; is nu het ſchip in evenwigt of rust, dan moet elke kracht, die niet door het zwaartepunt gaat, aan het ſchip aangebragt, dit evenwigt ſtoren, en het ſchip om eene as bewegen die door het zwaartepunt gaat, want bij elke vrije beweging van een ligchaam om eene eigene as, gaat, naar werktuigkundige gronden, die as door het zwaartepunt.

DERDE HOOFDSTUK.

OVER DE BEPALING VAN DEN INHOUD EN HET WATERPUNT.

§. 15.

Het is van groot belang in den ſcheepsbouw, den inhoud van het ſchip naauwkeurig te kunnen bepalen, daar hieruit deszelfs gewigt, en de hoeveelheid des wegge-

pers-

persten waters, kan gevonden worden: hoewel geen schip de gedaante van eenig regelmatig wiskundig ligchaam heeft, leert ons de wiskunde nogtans deszelfs inhoud in verscheidene kleinere ligchamen te deelen, die van sommige wiskundige ligchamen onmerkbaar weinig verscheiden zijn.

§. 16.

Men weet uit de wiskunde, dat de inhoud van een regthoekig ligchaam, welkers twee tegenoverstaande zijden gelijkvormige en gelijke trapezia zijn, gelijk is aan den inhoud van het trapezium, vermenigvuldigd met den afstand dier trapezia van elkander. Zoo nu de twee tegenoverstaande trapezia, wel dezelfde breedte, doch verschillende hoogte hebben, is de inhoud van dit trapeziaal ligchaam gelijk aan de som der beide trapezia met derzelver halven afstand vermenigvuldigd: — om dit te bewijzen, zij ABghfeCD zoodanig een ligchaam; ABCD, een regthoek; AghB, Fig. 3. CfeD, trapezia van dezelfde breedte AB, CD, doch van verschillende hoogte: men neme Ai = Cf, Bk = eD, dan is AikBCfeD een ligchaam, welkers tegenoverstaande zijden gelijkvormige en gelijke trapezia zijn; het geheele ligchaam hC zal dan uit dit trapeziale iD, en een ander ligchaam ghikfe bestaan: men trekke hr evenwijdig met, en gelijk aan BD, gn met AC, nr met gh; dan is gnrefh = fghike, daar deze ligchaamen allezins door gelijke en gelijkstandige vlakken ingesloten worden: — wijders is de inhoud van het prisma ghikefnr = ghik $\times$ ke, en dus fghike de helft van dit prisma. Men heeft dan de gezochte inhoud van het geheele ligchaam = het trapeziaal Ae + $\frac{1}{2}$ prisma ghikefnr; maar ghki = Trapez. Ah — Trapez. Ce; dus de geheele inhoud zijn zal

$$= \left[\text{Trapez. Ce} + \frac{\text{Trapez. Ah} - \text{Trapez. Ce}}{2}\right].AC = \left(\text{Trap. Ah} + \text{Trap. Ce}\right)\frac{AC}{2}$$
$$= \left[Ag + Bh + De + Cf\right]\frac{AC.\ AB}{4}$$

 §. 17.

§. 17.

Fig. 4. Om dit nu op de afmeting van een fchip toetepasfen, zij A r B eene verticale doorfnede door de kiel gaande; men trekke A B, g k, m n horizontaal en op gelijken affland; en de loodlijn 1 p q r, of de diepte, indien A a B de doorfnede zij, aan het water; men deele de lijnen A B, g k, m n uit de lijn 1 r in gelijke deelen, 2, 3, 4 enz., 2′, 3′ 4′ enz. hier, bij voorbeeld, in zes, en neme in het bovenfte vlak A a B, de lijnen 1a, 2b, 3c enz. regtftandig uit A B tot het boord getrokken: men doe even zoo in het tweede en derde vlak enz. dus wordt het geen tusfchen de vlakken A a 1, en g a′ p is, in zes ligchamen verdeeld, welker fom van den waren inhoud der vlakken, door de kromme lijnen begrensd, flechts zeer weinig verfchillen kan, indien maar de parallelen a1, b2, c3 zoo digt bij elkander zijn, dat de regte lijnen b a, c b, d c enz., niet veel van de kromme zelven verfchillen. De inhoud van het eerfte trapeziale ligchaam 1 b′ is (den affland 1 2, *a*; en 1 p, *b* noemende) $= (1a + 2b + a'p + 2'b')\frac{ab}{4}$, van het tweede $(2b + 2'b' + 3c + 3'c')\frac{ab}{4}$ van het derde $(3c + 3'c' + 4d + 4'd')\frac{ab}{4}$ enz. en de fom der vijf trapeziale en het overig ligchaam is $= \frac{ab}{2}\left(\frac{1a}{2} + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f + \frac{7g}{2} + \frac{a'p}{2} + 2'b' + 3'c' + 4'd' + 5'e' + 6'f' + \tfrac{1}{2}\frac{7'6'.g'7'}{a}\right)$ of = aan de fom der beide vlakken; vermenigvuldigd met den halven affland derzelve. Hier uit volgt dan eene zeer gemakkelijke wijze om den inhoud tusfchen twee vlakken te bepalen, men mete, namelijk, op evenwijdige afftanden, in elk vlak zoo veel perpendiculairen men wil, van den eenen tot in den anderen fteven, daar men voor de laatfte perpendiculair de halve dikte, van den fteven nemen mag; de fom dezer perpendiculairen, de eerfte en de laatfte half genomen, vermenigvuldigd met het product van den affland der perpendiculairen en dien der vlakken, en gedeeld door twee, zullen den gezochten inhoud altijd geven.

§. 18.

Het vlak welkers inhoud aan de fom der perpendiculairen, met derzelver halven affland ſtand vermenigvuldigd, gelijk is, zal altijd kleiner zijn dan de ware oppervlakte van het kromlijnig vlak, en dit verſchil des te grooter hoe meer deze kromme lijn gebogen is, en hoe minder perpendiculairen men getrokken heeft: hoe meer perpendiculairen men dan in elk vlak neemt, des te naauwkeuriger zal ook de bepaling der grootte van het vlak zijn, maar hierdoor wordt de meting ook veel moeijelijker, ten minſte omſlagtiger, te meer, daar, bij de meeste ſchepen, verre het grootſte deel van elk vlak in het midden zeer weinig van een' regthoek verſchilt, en men dus dit gedeelte door weinige perpendiculairen konde afmeten, maar alleen, om de kromming aan de ſtevens, die veel digter bij elkander moet nemen. Het is derhalve van belang voor de dadelijke afmeting, dat men door tusſchenvoeging van perpendiculairen, ter plaatſe waar de kromming zulks noodig maakt, het trapeziaal vlak, zoo na men verkieze, aan het ware vlak brenge; 't welk in dezer voege geſchieden kan: midden tusſchen twee perpendiculairen ab, de, waar de boog ad zich aanmerkelijk kromt, mete men een derde pq; nu komt bij het trapezium adeb, nog de driehoek dpa, waardoor de figuur apdcb veel digter bij het ware vlak gebragt wordt; deze driehoek dpa beſtaat uit de driehoeken drp, pra die gelijk zijn, dus $\triangle dpa = pr \times eq$, maar $pr = pq - rq = pq - \frac{ab + de}{2}$; en $eq = \frac{eb}{2}$, dus $\frac{eb}{2}\left(pq - \frac{ab + de}{2}\right)$ = den inhoud van den driehoek, welke bij het trapezium deba gevoegd moet worden: op deze wijze kan men het meest afwijkende trapezium of ook den driehoek nde, zoo na men verkiest, aan de ware gedaante van het vlak brengen, zonder het aantal der perpendiculairen elders te vermeerderen. Fig. 5.

§. 19.

Men mete dan op deze wijze, en berekene elk der vlakken over de geheele lengte van het ſchip; men voege den inhoud der ruimte tusſchen de bijzondere vlakken bijeen, de ſom zal de gezochte inhoud van het ſchip zijn: op deze wijze kan men de geheele ſcheepsholte bepalen, en door dadelijke meting in het ſchip, of 't geen ver-

verkiesl?jker is, uit de vereischte teekeningen die naar §. 7. van elk schip behooren gemaakt te zijn, opmaken. Hoe nuttig en noodig ook de bepaling van den ganschen inhoud van 't schip zijn moge, is het nogtans voor den scheepsbouwkundigen van bijzonder belang, dat gedeelte, 't welk onder water ligt, naauwkeurig optenemen: dit gedeelte bepaalt zich van de waterlijn, bij volle lading van het schip, tot in de kiel; welks berekening wij dan door het volgende voorbeeld zullen ophelderen.

§. 20.

Fig. C. ATSC zij de verticale doorsnede op de kiel van een schip, welkers lengte AC 152, halve wijdte aan het hoofdspan Iβ 21, diepte RB tot op de kiel $17\frac{1}{2}$ Rhijnl. voeten is. Men onderstelle de holte van het schip van de lijn ABC tot op de kiel, door vier vlakken evenwijdig met de waterlijn en op gelijken afstand getrokken, in vijf lagen verdeeld, zoo dat ABC de middellijn van het 1ste, DEF, GHI, KLM, NOP, die der volgende vlakken zijn.

Fig. D. Deze figuur stelt de halve horizontale doorsneden voor, aBc is het vlak welks middelijn ABC, dEf behoort tot de middellijn DEF, gHi tot GHI, kLm tot

Fig. C. KLM, nOp tot NOP; de lijn ABC en hare evenwijdige zijn alleen uit B, E, H, L, O, R in gelijke deelen verdeeld, wier afstand BI, 7 voet 2 duim Rhijn-

Fig. D. landsch, 1 a is de eerste perpendiculair, behoorende tot het vlak aBc, 1 a' de eerste van 't vlak dEf, 1 a'' van gHi, 1 a''' van kLm, en 1 a'''' van nOp, en de hier mede evenwijdige lijnen zijn de lengte der perpendiculairen in elk vlak, de afstand der vlakken BE is overal $3\frac{1}{2}$ voeten.

Men noeme de vlakken, door de punten B, E, H, L, O, R gaande, met deze letteren, dan is, naar §. 17., de ruimte tusschen het 1ste en 2de vlak $3{,}5\left(\frac{B+E}{2}\right)$; tusschen het 2de en 3de $3{,}5\left(\frac{E+H}{2}\right)$; 3de en 4de $3{,}5\left(\frac{H+L}{2}\right)$, voorts $3{,}5\left(\frac{L+O}{2}\right)$; $3{,}5\left(\frac{O+R}{2}\right)$ en dus de gansche ruimte gelijk is aan $3{,}5\left(\frac{B}{2}+E+H+L+O+\frac{R}{2}\right)$.

Om

Om dan de grootte van elk vlak te bepalen, heeft men de som der perpendiculairen, doch alleen de helft der eerste en laatste in elk vlak, te nemen, die met den afstand van elk der perpendiculairen, welke hier 7,16 voet is, te vermenigvuldigen, hierbij den inhoud der eind-driehoeken gevoegd, geeft den inhoud van elke halve vlakte als volgt.

Parallelen naar den voorsteven	Iste vlak. ABC	IIde vlak. DEF	IIIde vlak. GHI	IVde vlak. KLM	Vde vlak. NOP
½ O	10,50 voet	10,42	9,91	9,00	7,33
I	20,91	20,83	19,91	17,91	14,59
II	20,91	20,66	19,59	17,50	13,66
III	20,83	20,66	19,16	16,75	12,33
IV	20,75	20,33	18,50	15,83	10,16
V	20,33	19,66	17,59	14,42	7,59
VI	19,25	18,08	15,75	11,50	4,83
VII	17,00	15,25	11,83	7,16	1,08
VIII	12,66	9,50	2,83	1,00	0,00
½ IX	2,42	1,00	0,00	0,00	0,00
Som	165,56	156,39	135,07	111,07	71,57
Som × 7,16	1186	1119	967	795	512
Inhoud der Δ^{en}	6	2	16	2	2
Inhoud der halve vlakken.	1192	1121	983	797	514

Parallelen naar den agtersteven	Iste vlak. ABC	IIde vlak. DEF	IIIde vlak. GHI	IVde vlak. KLM	Vde vlak. NOP
½ 0	10,50 voet	10,42	9,91	9,00	7,33
1	20,91	20,83	19,83	17,91	14,66
2	20,83	20,66	19,66	17,66	14,16
3	20,66	20,42	19,33	17,08	13,33
4	20,42	20,08	18,83	16,33	12,00
5	20,08	19,66	18,16	15,33	10,08
6	19,66	18,91	17,25	13,75	7,42
7	19,16	18,08	15,59	11,08	5,16
8	18,08	16,59	13,33	8,00	3,66
9	16,42	14,16	9,66	5,42	2,50
10	13,83	10,16	5,83	3,00	1,33
½ 11	4,42	2,25	1,00	0,42	0,16
Som	204,97	192,22	168,38	134,98	91,79
Som × 7,16	1467	1376	1205	966	657
Inhoud der $\triangle^{en}$	18	9	4	2	1
Inhoud der ½ vlakken.	1485	1385	1209	968	658

Derhalve is de oppervlakte van den voor- tot den agtersteven van het

Iste vlak	IIde	IIIde	IVde	Vde
5354	5012	4384	3530	2344
B	E	H	L	O

voorts de oppervlakte der kiel R = 200 voeten stellende, is de geheele som

½ B

$\frac{B}{2} + E + H + L + O + \frac{R}{2} = 18047$, 't welk met $3,5 = b$ vermenigvuldigd, 63164 cub. voeten voor den inhoud van het schip onder water of beneden de waterlijn aBc geeft; hier bij gevoegd 2506 cub. voeten voor de dikte van het roer, der kiel, stevens en planken, komt 65670 cub. voeten, dit met het gewigt van 1 cub. voet waters (het welk wij in een rond getal 64 ponden stellen) vermenigvuldigd, brengt de geheele watermasſa die het schip wegperst op 4,202,880 ponden gewigts.

§. 21.

Tot een voorbeeld van de wijze om de oppervlakten door tusschen gevoegde (geïnterpoleerde) perpendiculairen te berekenen, onderstel ik, dat men in de vier eerste vlakken naar den voorsteven de perpendiculairen op O, IV en VIII alleen gemeten hebbe, als dan is

	Iste vlak.	IIde	IIIde	IVde
$\frac{1}{2}$ O	10,50	10,42	9,91	9,00
IV	20,75	20,33	18,50	15,83
$\frac{1}{2}$ VIII	6,33	4,75	1,41	0,50
Som	37,58	35,50	29,82	25,33
Som $\times$ 28,64	1076	1016	854	725

Men voege bij het eerste vlak het trapezium op VIII, IX, en mete de perpendiculairen op IX, men vindt deze in het eerste vlak 4,84, in het tweede 2,00, de afstand is 7,16; dus het bijvoegelijk trapezium tot het eerste vlak 63 voet., tot het tweede 41 v., tot het derde komt de driehoek = 16, tot het vierde 2, dan zijn de inhouden 1139, 1057, 870, 727.

Men mete, naar §. 18, de midden perpendiculairen tusschen IV en VIII in elk vlak, en bevindt VI 19,25: 18,08: 15,75: 11,50 als waardijen van qp; eb is 28,64. — Men verkrijgt voor den bijvoegelijken driehoek tot het eerste vlak 36,5, tot Fig. 5.

het

het tweede 45,5, tot het derde 73, tot het vierde 44,3; dus is het eerste vlak 1175, het tweede 1102, het derde 943, het vierde 771; hier bij voor het eerste vlak gevoegd den driehoek, wiens basis IXC is of 14 voet, voor het tweede 4, komt 1189 en 1106, voor den inhoud der vlakken B en E, die, naar vergelijking met het in de vorige §. gevondene, geen 15 voeten minder is dan de inhoud uit twintig perpendiculairen; het derde vlak is nogtans 40, het vierde 26 voet te klein; het vijfde wordt uit de vier perpendiculairen op O, II, IV, VI, 480 gevonden, waarbij 23 voor den driehoek komende, het vlak 503 en dus 11 voeten te klein is.

Op deze wijze wordt, door meting van slechts achttien perpendiculairen, de inhoud 9027 cub. voeten gevonden, terwijl die uit zes en veertig 9214 is. In vaartuigen, wier steven stomper is, heeft men met nog minder perpendiculairen, een veel juister uitkomst.

§. 22.

Het water door het schip verplaatst, perst tegen deszelfs wanden regtstandig naar boven, met een vermogen 't welk op elk punt sterker is naar mate van de diepte; waaruit dan ook volgt, dat de rigting der vereenigde perskracht van het water loodlijnig is, en door het zwaartepunt van des schips holte onder water gaat. Om nu dit punt te vinden, moeten wij hetzelve met opzigt tot de drie afmetingen beschouwen §. 7: het blijkt terstond dat dit punt in het vlak hetwelk regtstandig op de kiel staat, moet liggen, daar alle de deelen ter weerszijden van dit vlak volkomen gelijk zijn, men onderzoeke dan, in welke horizontale lijn dit punt zij, of hoe veel het beneden de waterlijn valle.

Bij twee horizontale vlakken, die de bases van een ligchaam zijn, is het, met opzigt tot de loodregte hoogte van het zwaartepunt, volkomen onverschillig, waar de zwaartepunten dier vlakken vallen, daar de loodregte afstand tusschen twee evenwijdige lijnen, van de plaats dier lijnen in twee horizontale vlakken niet afhangt.

Men mag dan de boven- en ondervlakte en alle de met deze evenwijdige doorsneden

hier

hier aanmerken, als zoo vele regthoeken, wier middellijnen in hetzelfde verticale vlak zijn; zoo men nu de breedte dezer regthoeken gelijk ftelt en derzelver lengte evenredig maakt met den inhoud der vlakken, zullen deze regthoeken in de plaats der vlakken zelven, hoedanig hunne figuur ook zijn moge, kunnen gehouden worden.

§. 23.

ABCD zij dan de regthoek, wiens oppervlakte gelijk is aan die der eerfte waterlijn aBc; AqB zij in dezelve en in het kielvlak, hetwelk de regthoeken midden door deelt, acdb ftelle het volgende vlak, door EDF gaande, voor, ut zij deszelfs middellijn; de vlakken ABCE, acdb zijn dus evenwijdig, derzelver afftand pq is BD Fig. C. bij p en q hunne middelpunten, nutr is dan een trapezium, CD = cd. Fig. 6. en C.
Het zwaartepunt van het trapeziaal ligchaam, is dat der ruimte tusfchen de twee vlakken: maar dit ligchaam beftaat uit een parallelepipedum wiens bafis abcd, hoogte pq is, en twee even groote driehoekige ligchamen, het zwaartepunt des eerften zij bij x, dat der driehoeken bij s en o op een derde van hunne hoogte, men trekke de lijn os, die in y door pq gaat; zoo nu z het zwaartepunt der drie ligchamen is, heeft men $(\square\, ut \times pq)\; xz = 2\triangle lrt . zy$; nu is $zy = xy - xz$, dus $xz = \frac{2\, xy . \triangle lrt}{\square pq . ut + 2\triangle lrt}$ maar xy is $= \frac{1}{6} b$ (den afftand der vlakken BE, b noemende) het $\triangle lrt = (qr - pt)\, \frac{qp}{2}$, en $\square\, pq . ut = pq . ut$, waardoor $xz = \frac{b\,(qr - pt)}{6\,(qr + pt)}$; de lijnen qr, pt evenredig zijnde met de vlakken ABCD, abcd, welke wij §. 7. B en E noemden, is $xz = \frac{b\,(B - E)}{6\,(B + E)}$, en daar $xz = qx - qz$
$qz = \frac{b}{2} - \frac{b}{6}\left(\frac{B - E}{B + E}\right)$ voor den afftand van het zwaartepunt der eerfte lage beneden de waterlijn, of beneden het vlak aBc (Fig. D.). Wij vonden §. 20. den inhoud der eerfte lage $(B + E)\,\frac{b}{2}$, daar nu het vermogen (moment) gelijk is aan den inhoud, vermenigvuldigd met den afftand van het zwaartepunt qz, is hetzelve $qz\,(B + E)\,\frac{b}{2} = \frac{bb}{4}(B + E) - \frac{bb}{12}(B - E)$; voor de ruimte tusfchen het tweede en derde vlak heeft men de afftand van het zwaartepunt

$= b + \frac{b}{2} - \frac{b}{2}\left(\frac{E-H}{E+H}\right)$, en deszelfs inhoud $(E+H)\frac{b}{2}$; dus voor het vermogen der tweede lage $= \frac{3bb}{4}(E+H) - \frac{bb}{12}(E-H)$; op dezelfde wijze vindt men het vermogen voor de derde lage $= \frac{5bb}{4}(H+L) - \frac{bb}{12}(H-L)$; voor de vierde lage $= \frac{7bb}{4}(L+O) - \frac{bb}{12}(L-O)$, voor de vijfde lage $\frac{9bb}{4}(O+R) - \frac{bb}{12}(O-R)$, voor de n^{de} lage $\left(\frac{2n-1}{2}\right)bb\,(N+M) - \frac{bb}{12}(N-M)$, men heeft dan voor de som der vermogens, van de vijf lagen $bb\left[\frac{B}{6}+E+2H+3L+4O+\frac{7R}{3}\right]$; deze som gedeeld door de som van den inhoud der lagen, die wij §. 20. $= b\left[\frac{B}{2}+E+H+L+O+\frac{R}{2}\right]$ vonden, geeft $b\left(\frac{\frac{B}{6}+E+2H+3L+4O+\frac{7R}{3}}{\frac{B}{2}+E+H+L+O+\frac{R}{2}}\right)$ voor den loodlijnigen afstand, der waterlijn A B C van het gemeen zwaartepunt.

In §. 20. zijn de grootheden B, E, H, L, O, R, en $b = 3{,}5$ reeds gevonden, men vindt dus voor dat zelfde schip de loodlijnige diepte van het zwaartepunt, onder de waterlijn $Bz = 6{,}808$ voeten.

§. 24.

De diepte van het zwaartepunt gevonden zijnde, moet deszelfs plaats in de rigting der kiel gezocht worden; men vindt deze op dezelfde wijze als de eerste bepaling, met dit onderscheid, dat men in dit geval op de *verticale* doorsneden van het schip, die evenwijdig met het hoofdspan zijn, te letten hebbe. In de vorige figuur stelle de regthoek A B C D nu het hoofdspan voor, en a b c d een volgend span, men rekene de hoogte der spannen dezelfde, dan zal de breedte dier regthoeken evenredig met den inhoud van elk span zijn; men zoeke de zwaartepunten der op elkander volgende spannen, eerst naar den agtersteven, dan naar den voorsteven, zoo nu b, c, d, e, f enz. den inhoud der op een volgende spannen uitdrukken, heeft men voor den afstand van het zwaartepunt $Bw = 7{,}16\left[\frac{\frac{b}{6}+c+2d+3e+4f+5g+6h+7i+8k+9l+10m+\frac{64n}{12}}{\frac{b}{2}+c+d+e+f+g+h+i+k+l+m+\frac{n}{2}}\right]$.

Men

Men heeft voor de vlakken naar den achtersteven (Fig. C.)

	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n
het vlak B $\frac{1}{2}$	10,50	10,45	10,41	10,33	10,27	10,64	9,93	9,58	9,04	8,21	6,91	4,42
E	20,84	20,83	20,66	20,42	20,08	19,66	18,91	18,08	16,59	14,16	10,16	4,05
H	19,82	19,83	19,66	19,33	18,83	18,16	17,25	15,59	13,33	9,66	5,83	2,00
L	18,00	17,91	17,66	17,08	16,33	15,33	13,75	11,08	8,00	5,42	3,00	0,84
O	14,66	14,66	14,16	13,33	12,00	10,08	7,42	5,16	3,66	2,50	1,33	0,32
R $\frac{1}{2}$	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65
$\frac{2}{3}$ vlakken	84,47	84,33	83,20	81,14	78,10	73,92	67,91	60,14	51,27	40,60	27,88	12,73

Waaruit $Bw = 32,27$ voeten.

Voor de vlakken naar den voorsteven (Fig. C.)

	b′	c′	d′	e′	f′	g′	h′	i′	k′	l′
H. vlak B $\frac{1}{2}$	10,50	10,45	10,45	10,41	10,37	10,16	9,62	8,50	6,33	2,42
E	20,84	20,83	20,66	20,66	20,33	19,66	18,08	15,25	9,50	2,00
H	19,82	19,91	19,59	19,16	18,50	17,59	15,75	11,83	2,83	0,00
L	18,00	17,91	17,50	16,75	15,83	14,42	11,50	7,16	1,00	0,00
O	14,66	14,59	13,66	12,33	10,16	7,59	4,83	1,08	0,00	0,00
R $\frac{1}{2}$	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,00	0,00
$\frac{2}{3}$ vlakken	84,47	84,34	82,51	79,96	75,84	70,07	60,43	44,47	19,66	4,42

$$\text{Waaruit } Bq = 7,16 \left[\frac{\frac{b}{6} + c' + 2d' + 3e' + 4f' + 5g' + 6h' + 7i' + 8k' + \frac{13l'}{3}}{\frac{b}{2} + c' + d' + e' + f' + g' + h' + i' + k' + \frac{l'}{2}}\right] = 25,61 \text{ voet.}$$

men kent dus de punten w en q in wier loodlijnen de zwaartepunten van het achterste en voorste gedeelte van het schip vallen; zoo nu P de inhoud van het achterste, Q die van het voorste gedeelte zij, heeft men, naar de beginselen der werktuigkunde, $\frac{P.\,wq}{P+Q}$ = den afstand van q tot het gemeen zwaartepunt; nu is boven gevonden

P =

$P = 1395 \times 7{,}16$, $Q = 1123 \times 7{,}16$ en $wq = 32{,}27 + 25{,}61 = 57{,}88$; men vindt dus voor dien afſtand $qy = 32{,}06$, het punt Y of het gemeen zwaartepunt der figuur, valt, naar de vorige §., 6,8 v. onder de waterlijn, op eene afſtand $By = yq - By = 32{,}06 - 25{,}61 = 6{,}45$ voet, van het hoofdſpan B naar achteren in het verticaal vlak, 't welk door de kiel gaat.

§. 25.

De juiste inhoud van het gedeelte des ſchips onder water, bij deszelfs volle lading, dus gevonden, en het zwaartepunt dezer holte bepaald zijnde, beſchouwe men de perskracht van het water, als eene kracht die aan het gewigt waters, hetwelk dezen inhoud beſlaan kan, gelijk is, en in het gevonden punt regtſtandig naar boven werkt, en tevens het gewigt van ſchip en lading hieraan gelijk; daar nu de ſoortelijke zwaarte van het water dikwerf verſchillende is, en van deze de ruimte, die het ſchip onder water beſlaat, afhangt, zoodat die ruimte voor hetzelfde ſchip bij zwaarder water kleiner dan bij ligter is, volgt hieruit ook, dat hetzelfde ſchip dieper gaan zal, naar mate de ſoortelijke zwaarte des waters minder zij.

§. 26.

De naauwkeurige berekening van den inhoud van het gedeelte onder water, bij de volle lading, ſtelt ons in ſtaat eene ſchaal te vervaardigen, waarop men door eenvoudige afpasſing zien kan, hoe veel, bij eene verandering in de lading, het ſchip rijzen of dieper gaan moet, en eenige voorſtellen, bij het bevrachten van ſchepen zeer belangrijk, op eene gemakkelijke wijze op te losſen.

Fig. C. B en E ſtellen twee op elkander volgende horizontale doorſneden voor, wier afſtand BE b is, dan is $b\left(\frac{B+E}{2}\right)$ de ruimten die deze doorſnede bevatten, §. 20, in cubicq. voeten. Men is gewoon de lading in tonnen te berekenen, elk van 2000 pond gewigts, zoo men nu het gewigt van een cubicq voet waters 64 pond ſteld, is is $\frac{b.(B+E)\,64}{2.2000}$, het getal tonnen, welke de ruimte tusſchen de vlakken B en E bevat.

Berekent men op deze wijze den inhoud in elk der vijf lagen van het ſchip, hetwelk ons ten voorbeeld diende, zoo vindt men dat tusſchen de 1ſte en 2de 583; 2de en 3de 529; 3de en 4de 445; 4de en 5de 331; 5de en 6de 143 tonnen last bevat worden; daar nu de afſtand der vlakken, $b = 3{,}5$ voet is, en het ſchip $17\frac{1}{2}$ holte heeft, of $19\frac{1}{2}$ voet bij de volle lading diep gaat, zoo vindt men de volle lading 2031 tonnen bij $19\frac{1}{2}$ v. diepte. Indien het ſchip ſlechts 16 v. diep gaat, is de lading $2031 - 583 = 1448$; bij $12\frac{1}{2}$ v. diepte 919; bij 9 voet. 474; bij $5\frac{1}{2}$, 143 tonnen.

Men make dan een ſchaal op deze wijze: O B zij eene lijn van 39 deelen van O tot in B, deze drukken de diepte van het ſchip in halve voeten uit; op B trekke men regthoekig de lijn B M van willekeurige lengte, men ſtelle die 2031 of het getal tonnen bij de volle lading; uit 16 trekke men eene evenwijdige met B M ter lengte 1448 $= 16b$; uit $12\frac{1}{2}$, 919; in 9 zij de lijn 474; in $5\frac{1}{2}$, 143. Nu trekke men door de punten 2 a d c b M eene gelijdelijke kromme lijn, die men de lijn der lading mag noemen, om dat elke ordinate derzelve, bij voorbeeld u r, uitdrukt hoeveel tonnen de lading van het ſchip, ter diepte o r gaande, uitmaakt. Fig. E.

Men kan op deze ſchaal eene andere kromme lijn trekken, waaruit de tegenſtand van het water, of liever de oppervlakte die tegenſtand biedt, voor elke lading of diepte, kan gevonden worden, en waaruit dus de betrekkelijke grootte der kracht, die tot de beweging van het ſchip vereischt wordt, eenigermate bepaald kan worden. De oppervlakte, die bij de beweging in de rigting der kiel tegenſtand biedt, is het vlak van het hoofdſpan zelve; indien men dit vlak voor de verſchillende diepte uit de tafel §. 24. berekent, vindt men bij $19\frac{1}{2}$ v. diepte 588; bij 16, 441; bij $12\frac{1}{2}$, 299; bij 9, 167; bij $5\frac{1}{2}$, 53 vierkante voeten; waarbij overal nog 2,6 voet voor de kiel gedaan moet worden. Men rigte dan op de lijn R B bij 2 een loodlijn op 2 N

= BM, en ftelle dien 588 + 2,6 of 590,6 deelen; uit 16 neme men $16b'$ gelijk 444, uit $12\frac{1}{3}$, $12\frac{1}{3}c' = 302$; uit 9, $9d' = 170$, uit $5\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}a' = 56$ van deze deelen; men trekke door a′ d′ c′ b′ P eene gelijdelijke kromme lijn, die men de lijn des tegenftands zal mogen noemen, om dat elke ordinate derzelve, bij voorbeeld u′ r, op de fchaal 2 N afgepast, het tegenftaand water, bij eene diepte o r in vierk. voeten uitdrukt. Het gebruik dezer fchalen zal uit de drie volgende voorftellen blijken.

I. Dit fchip in volle tuigagie en geballast, doch ongeladen, ga 12 voeten diep. Men begeert te weten: 1° hoe diep het gaan zal met 1000 tonnen last? Men vindt op de fchaal der lading voor 12 v. diepte, 840 lading; zoo nu het fchip met 1000 beladen wordt, zal het gewigt 1840 ton zijn, men neme 1840 als ordinate t v en vindt hiervoor de diepte van $18\frac{3}{4}$ voet.

2°. Welke is als dan de tegenftand? Men vindt op de fchaal van den tegenftand 550; zoo veel vierk. voeten waters ftaan tegen het fchip van voren.

II. Men vraagt hoe zwaar dit fchip moge beladen worden om flechts 15 voet diep te gaan, en welke dan de tegenftand is?

Men trekke door 15 eene ordinate, die bevonden wordt 1300, hier af de zwaarte van het fchip en ballast 840, komt 460 ton; met zoo veel tonnen mag het fchip beladen worden; de tegenftand vindt men op de fchaal 410 vierk. voeten.

III. Het fchip zij geladen tot op 17 voeten diepte, maar moet, om over eene ondiepte te komen, vier voet geligt worden. Men vraagt hoe veel tonnen men de lading moet verminderen?

Op 17 voeten is de ordinate 1600, op 13 voet 1000, dus men 600 tonnen ligten moet.

Deze voorftellen, in de practijk der fcheepsvaart zoo belangrijk, kunnen dus zonder eenige rekening alleen met pasfer en lineaal voor elk geval uit de fchaal opgelost worden, hoe wenfchelijk ware het dan, dat er van elk fchip zoodanig eene fchaal vervaardigd, en aan den fchipper, of hun die bij het laden opzigt hebben, wierd ter hand gefteld!

TWEE-

TWEEDE AFDEELING.

EERSTE HOOFDSTUK.

OVER DE VASTHEID (STABILITÉ) VAN EEN SCHIP.

§. 27.

NDM zij de verticale doorſnede van een ſchip door de kiel, het zwaartepunt van ſchip en lading zij bij G, bij Q′ het waterpunt. Indien de voorſteven naar beneden drukt worde n ω m de waterlijn, de agterſteven rijst als dan boven water, en het waterpunt, hetwelk als zwaartepunt der figuur NDM in Q′ was, zij nu in Q. Het ſchip kan hier alleen om zijn zwaartepunt G bewogen worden; men late de loodlijn G γ op de waterlijn n m neder, en uit het waterpunt Q′ eene loodlijn Q′ ω; deze loodlijn kan of tusſchen γ en m, of tusſchen γ en n, of in de verlengde lijn G γ vallen. In het eerſte geval zal de kracht Q′ het ſchip tot het evenwigt terug brengen; in het tweede het evenwigt gedurig meer verbreken, door den agterſteven meer te doen rijzen; in het derde geval zal het ſchip bij elke helling ſtil blijven liggen: — voor het overige wordt hier onderſteld dat de hoeveelheid weggeperst water altijd en voor elk geval dezelfde blijft. Fig. 7.

§. 28.

Indien een ſchip, door eenigerhande oorzaak, uit deszelfs evenwigt gebragt, zich niet door eigen vermogen herſtellen kan, is het voor het gebruik volſtrekt onnut, zulk een vaartuig zoude met de minſte helling omſlaan, of ſchuins blijven liggen; weshalve dan ook noch het tweede noch het derde geval der vorige §. plaats mag hebben, en alleen het eerſte noodzakelijk is; de loodlijn uit het waterpunt moet dan altijd tusſchen γ en m vallen, hetwelk een vaste regel bij elk ſchip is. Daar nu een ſchip om zoo vele asſen bewogen kan worden als er horizontale lijnen door het zwaartepunt kunnen getrokken worden, en nogtans voor elke beweging dit vereischte gevorderd wordt, ſchijnt het zeer moeijelijk in de practijk aan dit vereischte te voldoen; maar de aard der zake leert, en de ondervinding bevestigt, dat, indien bij twee asſen, waarvan de eene evenwijdig met, de andere perpendiculair op de kiel is, aan dit vereischte voldaan wordt, het voor de beweging om elke andere as voldoende zal zijn, zoo dat indien het ſchip, van voren, of in 't midden, aan 't hellen gebragt, zich van zelven weder in evenwigt herſtelt, het zich bij allerlei helling altijd weder herſtellen zal. Daar nu de plaats der punten G en Q van het maakſel van 't ſchip en deszelfs lading afhangt, moeten de vereischten te dezen opzigte opzettelijk overwogen worden.

§. 29.

De kracht, waarmede een ſchip om eene horizontale of verticale as, die door het zwaartepunt gaat, bewogen wordt, heet men de vastheid (ſtabilité) van het ſchip, de waardij die dezelve uitdrukt, moet in het eerſte geval poſitif, in het tweede negatif, in het derde nul zijn. — Men onderſtelle het ſchip N D M in dien hellenden ſtand gehouden door eene kracht H, welke aan de mast of een paal die door het zwaartepunt G gaat, volgens H I werkt; men heeft dan H $\times$ H G voor het vermogen dezer kracht, hetwelk aan het vermogen der vastheid moet evenaren; dit

Fig. 7.

ver-

vermogen nu moet eene functie zijn, van eene zekere grootheid S, die afhangt van het gewigt der watermasſa, welke in Q' perst, van eene lineaire grootheid t, en van den ſinus van den hoek der helling MSm of van ſin. △, dus H×HG = St ſin. △, waarin de vastheid door St wordt uitgedrukt.

§. 30.

Zoodra het ſchip uit den horizontalen in eenen hellenden ſtand gebragt is, zijn de zwaarte- en waterpunten niet meer in dezelfde loodlijn, dus vindt het perſend water geenen regtſtreekſchen tegenſtand, maar werkt volgens de loodlijn Qγ loodregt naar boven, dat is perpendiculair op de watervlakte m n; deze perskracht is die van het gewigt waters, hetwelk het ſchip onder water beſlaat, en wordt door den veranderden ſtand NOM uit nom zelve niet veranderd, indien ſchip en lading dezelfde blijven; trouwens het ſchip perst altijd even veel waters weg in welken ſtand het ook geſteld zij; — daar nu bij de helling het gedeelte, waarvan het profil MIm is, dieper onder gaat, maar aan den anderen kant, het gedeelte, wiens profil nIN is, boven komt, moet ook MIm = nIN zijn; — het ſchip om het zwaartepunt G draaijende, en in den ſtand NDM gebragt zijnde, wordt naar boven geperst door eene kracht, gelijk aan die van 't perſend water, en zoo men door Q eene verticale lijn Qγ trekt, en uit G op dezelve een loodlijn Gγ, dan is O.γG het vermogen der perskracht O. Fig. 8 en 9.

Daar, door de helling, de driehoek MIm onder water gebragt is, moet hierdoor eene tegenperſende kracht, gelijk aan die van het gewigt waters, hetwelk MIm bevatten konde, het ſchip naar boven dringen; men beſchouwe deze kracht, als vereenigd in het zwaartepunt u, van het profil MIm; men late de loodlijn ru neder, dan is pr × profil MIm het vermogen, waarmede het ingedompeld gedeelte MIm naar boven werkende, het ſchip om G zoekt te draaijen.

Aan de andere zijde is het profil NIn aan het water onttrokken, deszelfs zwaartepunt zij in z, de loodlijn zt neerlatende is tp × profil NIn, een vermogen waardoor het perſend vermogen verminderd wordt, en 't geen dus van hetzelve moet worden afgetrokken; maar daar dit vermogen tp. NIn in een omgekeerde rigting met pr $\times$ MIm werkt, doch aan de andere zijde van het beweegpunt G valt, moet men hetzelve bij het laatste voegen, zoodat het persend vermogen uit de beide profilen te zamen genomen door pr $\times$ profil MIm $+$ pt $\times$ profil NIn moet worden uitgedrukt, waardoor nu het geheele vermogen, hetwelk het schip in evenwigt hersteld, en tot den horizontalen stand terug kan brengen, is $= O.\gamma G +$ pr $\times$ profil MIm $+$ pt $\times$ profil NIn.

§. 31.

In de uitdrukking van het herstellend vermogen $O.\gamma G + pr \times$ prof. MIm $+ tp \times$ prof. NIn is $pr = Ir - Ip$, $tp = tI + Ip$; nu is naar de vorige §. het profil NIn $=$ profil MIm, dus het herstellend vermogen $V = O.\gamma G + (Ir + It) \triangle MIm = O.\gamma G + tr \triangle MIm$; maar $tr = 2 Ir$, dus $V = O.\gamma G + 2\, Ir. \triangle MIm$.

Indien het waterpunt Q (Fig. 8.) onder het zwaartepunt G ligt, dan moet de perskracht in Q het schip nog verder doen hellen, en dus deszelfs vastheid verminderen, in dit geval is dan de waardij, van $O.\gamma G$ negatif $= - O.\gamma G$; doch zoo het punt Q (Fig. 9.) boven G ligt, positif $= O.\gamma G$; in beide gevallen zal de kracht uit de profilen ontstaan, het schip tot den horizontalen stand herstellen, en dus positif zijn; men heeft dan voor het herstellend vermogen in 't gemeen $V = 2 Ir \times \triangle MIm \mp O.\gamma G$.

§. 32.

Indien de hoek $MIm = NIn$, dat is, de helling zeer klein is, verschilt de boog Mm niet van eene regte lijn, en Mm is bijna regtstandig op nm, zoo is als dan ook Nn op nm; de profilen MIm, NIn zelve mogen tevens voor regthoekige driehoeken gehouden worden; derzelver inhoud is dan $\frac{sM \times Is}{2}$ en $\frac{Nk \times Ik}{2}$, wijders is $sM = IM$ sin. MIm, $Nk = IN$ sin. NIn; en IM nagenoeg $= Is$; $\angle MIm = \triangle$, NM de wijdte van het schip e noemende, dan is $sM = \frac{e \text{ sin. } \triangle}{2}$;

SM

$\frac{sM \times Is}{2} = \frac{e^2 \text{ſin} \triangle}{8} = \triangle MIm$, en daar voor het zwaartepunt van den driehoek MIm, in u, $Ir = \frac{2}{3} Is$ (*) $= \frac{e}{3}$ is, heeft men $V = \left[\frac{e^3}{12} \mp O.QG\right]$ ſin. $\triangle$, voor het herſtellend vermogen, in welke uitdrukking $\frac{e^3}{12} \mp O.QG$ de vaſtheid van het ſchip §. 29 te kennen geeft, (want QG ſin $\triangle = \gamma G$, daar $GQ\gamma = 90 \infty GIp = MIm = \triangle$ is).

§. 33.

In de Equatie voor het herſtellend vermogen der perskracht V, is ſlechts tot hier toe het profil van het ſchip bij deszelfs grootſte wijdte of lengte in aanmerking genomen; men onderſtelle nu, dat de waterlijn, wier doorſnede **NM**, een regthoek zij, wiens lengte *c*, breedte *e* is; dan wordt het profil MIm met c vermenigvuldigd eene ligchamelijke figuur, die (daar $\triangle MIm = \frac{e^2 \text{ſin}.\triangle}{8}$) $= \frac{e^2 \text{ſin}.\triangle.c}{8}$ is, waardoor nu $V = \left(\frac{ce^3}{12} \mp O.QG\right)$ ſin. $\triangle$ wordt; daar wijders V in gewigt moet worden uitgedrukt, zij O het gewigt van het onder water zijnde gedeelte in ponden, en indien m het gewigt van een Cubicq voet waters uitdrukt, verkrijgt men $V = \left[\frac{mce^3}{12} \mp O.QG\right]$ ſin. $\triangle$ voor het vermogen, waarmede het ſchip zich poogt te herſtellen, indien het naar eene der zijden helt; bij de helling van de kiel of ſteven geldt dezelfde uitdrukking voor het herſtellend vermogen, doch dan is *e* de lengte, en *c* de wijdte van het ſchip.

§. 34.

(*) Dit wordt in de Beweegkunde op meer dan eene wijze bewezen; Ik acht nogtans dit elementair bewijs hier niet overtollig. Het zwaartepunt moet in elke figuur liggen, in de lijn die de figuur zelve in twee gelijke deelen deelt; in den regthoekigen driehoek d b c, zij a en k het midden der regthoekzijden d b, b c; men trekke de lijnen d k, ca welke den driehoek elk in twee even groote deelen verdeelen, dan moet het zwaartepunt in elk dezer lijnen zijn, doch y is het eenige punt, 't welk deze lijnen gemeen hebben, dit moet dus het zwaartepunt des driehoeks d b c zijn; wijders is $db : yx = bk : kx$ en $ab : yx = bc, xc$ nu is $ab = \frac{db}{2}$, en $bk = \frac{bc}{2}$ dus $2db : yx = bc : xk$, waaruit $4xk = xc$, maar $xk = xc - kc$ Fig. 10.

en $\frac{db}{2} : yx = bc : xc$

dus $4xc - 4kc = xc$, of $3xc = 4kc$. waaruit $xc = \frac{4}{3} kc = \frac{2}{3} bc$.

§. 34.

Fig. 11. Indien e b a P eene waterlijn van het ſchip voorſtelt, en e P de lengte, a b de wijdte; voorts hebbe de kromme lijn e b a P tot ordinate $\alpha' v' = y$, absciſſe $n v' = x$; dan is het $\triangle MIm = \frac{y^2 \text{ ſin. } \triangle}{2}$, Ir (Fig. 8) hier $\frac{2}{3} y$; derhalve $2Ir \times \triangle MIm = \frac{2y^3 \text{ ſin. } \triangle}{3}$ voor het profil, en $\int \frac{4y^3 dx \text{ ſin. } \triangle}{3}$ voor de geheele waterlijn, waaruit het herſtellend vermogen $V = \left[\int \frac{4my^3 dx}{3} \mp O.QG\right] \text{ſin. } \triangle$.

§. 35.

Uit de uitdrukking der vastheid voor de regthoekige waterlijn $\frac{mce^3}{12} \mp O.QG$ of de algemeene $\int \frac{4my^3 dx}{3} \mp O.QG$ blijkt het, dat bijaldien het ſchip eenige vastheid zal hebben, het noodzakelijk is dat de eerſte term grooter dan de tweede zij, indien het zwaartepunt boven het waterpunt valt; doch dat, zoo het zwaartepunt onder valt, het ſchip altijd eenige vastheid zal hebben, en tot den horizontalen ſtand van zelve terug komen, zoodra de kracht, waardoor hetzelve over zijde helt, ophoudt te werken. — Wijders is het herſtellend vermogen in ſchepen, met denzelfden hoek $\triangle$ hellende, altijd aan de vastheid evenredig, weshalve de nadere ontwikkeling dezer formule $\int \frac{4my^3 dx}{3} \mp O.QG$ van het grootst belang in den ſcheepsbouw moet gehouden worden.

§. 36.

In deze formule is y altijd eene afmeting van het ſchip, regtſtandig op de lijn der beweging of op de as, waarin x als absciſſe genomen wordt; x en y zijn dus absciſſe en ordinate der waterlijn, en de gedaante dezer lijn wordt door de Equatie tuſſchen x en y gegeven: a b zij de grootſte wijdte van het ſchip, e P de lengte, beide

Fig. 11. in de waterlijn genomen. Onder de velerlei gedaanten welke de waterlijn hebben kan, is het zeker dat hare oppervlakte niet grooter dan de regthoek k s r t, noch klei-

kleiner dan de ruit e a P b, bij eenige vaartuigen zijn kan; daar nu de formule der vastheid $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx$ afhangt van y en x, en dus van de grootte der oppervlakte van de waterlijn zelve, kan men hieruit gemakkelijk, indien men deze formule voor den regthoek en voor de ruit integreert, de grenzen vastſtellen, binnen welken de grootheid $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx$, en dus de vastheid moet bepaald zijn.

§. 37.

Voor den regthoek vonden wij reeds $\frac{m\,c\,e^3}{12}$, of zoo men de wijdte e hier B, de lengte C, A noeme $\frac{m}{12}$ A . B³; dit blijkt ook door integreering der formule $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx$, want in den regthoek is y overal $= \frac{B}{2}$ dus het integraal $\frac{4m\,.\,B^3\,x}{3\,.\,8}$; en zoo men voor x, $\frac{A}{2}$ ſtelt, $\frac{4m}{48}$ A . B³ $= \frac{m}{12}$ A . B³.

In de ruit is y eene veranderlijke grootheid $= \nu\delta$, en $x = n\nu$; nu is hier A : B $=$ A $-$ $x : y$, dus $Ay = A.B - Bx$, waaruit $dx = -\frac{A}{B}\,dy$ en de formule $\frac{4m}{3}\int -\frac{A}{B}y^3\,dy$ wordt; 't welk integrerende, verkrijgt men $-\frac{4m\,A\,y^4}{3\,.\,B\,.\,4} + C$; om de onveranderlijke C te vinden, weet men, dat indien $\delta\nu = a\,n$ of $y = \frac{B}{2}$ het vlak der ruit, en dus het vermogen $=$ o wordt, dus $o = -\frac{4m\,.\,A\,.\,B^4}{3\,.\,B\,.\,4\,.\,16} + C$, waar uit $C = \frac{4m}{3}\,.\,\frac{A\,.\,B^3}{4\,.\,16}$; men heeft dus $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx = \frac{4m}{3}\left(\frac{A.B^3}{4.16} - \frac{Ay^4}{4.B}\right)$; wijders is voor de geheele ruit $y = o$ en dus $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx = \frac{4m\,A\,.\,B^3}{3\,.\,4\,.\,16} = \frac{m}{48}$ A.B³

Indien de beweging om a b als as geschiedt, heeft men voor den regthoek A met B ſlechts te verwisſelen, en $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx$ zal zijn $\frac{m}{12}$ B . A³; even zoo vindt men voor de ruit als dan $\frac{m}{48}$ B . A³.

§. 38.

Indien het zwaarte- en waterpunt G en Q in of zeer nabij elkander vallen, 't geen bij zeer vele ſchepen plaats heeft, is Q G $=$ o, en $\frac{4m}{3}\int y^3\,dx$ de uitdrukking der vastheid; de vastheid van den regthoek is dan tot die van de ruit om dezelfde as $= 4 : 1$; terwijl in beide figuren, de vastheid om de eene tot die om de andere as, in de omgekeerde reden van het vierkant dier asfen zelve is.

Daar wijders de regthoek en ruit de limiten der waterlijn, en dus hunne vastheid ook de limiten der vastheid van allerlei vaartuigen zijn, zal het herftellend vermogen V niet grooter dan $0{,}0833\, m\, A . B^2 \mp O . QG$ noch kleiner dan $0{,}02085\, m\, A . B^2 \mp O . QG$ om de as A, kunnen zijn.

§. 39.

Hoewel de waterlijn der meeste fchepen, zelden eene algebraifche kromme lijn zij,
Fig. 11. heeft zij nogtans de meeste overeenkomst met de ellips; weshalve wij hier de vastheid der elliptifche waterlijn, als een voorbeeld berekenen zullen: c b a P zij de elliptifche waterlijn, de groote as e P zij A, de kleine a b B, $\nu' n$ de abscisfe x, $\nu\alpha'$ de ordinate y; uit het middelpunt der ellips n gerekend zijnde is $y^2 = \frac{B^2}{A^2}\left(\frac{A^2}{4} - x^2\right)$, en door differentiëring $dx = -\frac{A\,y\,dy}{B\sqrt{\left(\frac{B^2}{4} - y^2\right)}}$, waardoor $\frac{4m}{3}\int y^3\, dx =$ $-\frac{4mA}{3B}\int\frac{y^4\,dy}{\sqrt{\alpha^2 - y^2}}$ (voor $\frac{B^2}{4}$, α^2 ftellende).

Om het integraal van $\frac{y^4\,dy}{\sqrt{\alpha^2 - y^2}}$ te vinden, vermenigvuldige men boven en onder met y^3, wordt $\frac{y^7\,dy}{\sqrt{\alpha^2 y^6 - y^8}}$; en $\alpha^2 y^6 - y^8 = u$ ftellende, $6\alpha^2 y^5\, dy - 8y^7\, dy = du$ dus $y^7\, dy = \frac{6}{8}\alpha^2 y^5\, dy - \frac{du}{8}$, door $\sqrt{u}$ deelende, komt $\frac{y^7\,dy}{\sqrt{\alpha^2 y^6 - y^8}} = \frac{y^4\,dy}{\sqrt{\alpha^2 - y^2}}$ $= \frac{6\alpha^2 y^5\,dy}{8y^3\sqrt{\alpha^2 - y^2}} - \frac{du}{8\sqrt{u}}$, waardoor men vindt $\int\frac{y^4\,dy}{\sqrt{\alpha^2 - y^2}} = \int\frac{6\alpha^2 y^2\,dy}{8\sqrt{\alpha^2 - y^2}} - \sqrt{\frac{u}{4}}$ wijders $\frac{6\alpha^2 y^2\,dy}{8\sqrt{\alpha^2 - y^2}}$ met y boven en onder vermenigvuldigende, komt $\frac{6\alpha^2 y^3\,dy}{8\sqrt{\alpha^2 y^2 - y^4}}$ en, $\alpha^2 y^2 - y^4 = z$ ftellende, $2\alpha^2 y\, dy - 4y^3\, dy = dz$ of $y^3\, dy = \frac{\alpha^2}{2} y\, dy - \frac{dz}{4}$ dus $\int\frac{6\alpha^2 y^3\,dy}{8\sqrt{\alpha^2 y^2 - y^4}} = \int\frac{6\alpha^2 y^2\,dy}{8\sqrt{\alpha^2 - y^4}} = \int\frac{6\alpha^4\, y\,dy}{16y\sqrt{\alpha^2 - y^2}} - \int\frac{6\alpha^2\,dz}{8.4\sqrt{z}}$, of

$\int\frac{3\alpha^4 dy}{8\sqrt{\alpha^2-y^2}} - \frac{3\alpha^2\sqrt{z}}{8}$ dus het geheel of $\int\frac{y^4 dy}{\sqrt{\alpha^2-y^2}} = \int\frac{3\alpha^4 dy}{8\sqrt{\alpha^2-y^2}} - \frac{3\alpha^2\sqrt{z}}{4} - \frac{\sqrt{u}}{4} + C.$ waarvan het eerste lid integrerende, en voor z en u de waardijen plaatsende, komt $\int\frac{y^4 dy}{\sqrt{\alpha^2-y^2}} = \frac{3}{8}\alpha^4.$ Boog. sin. $\frac{y}{a} - \frac{3}{8}\alpha^2 y\sqrt{\alpha^2-y^2} - \frac{y^3}{4}\sqrt{\alpha^2-y^2} + C$ en dus de vastheid $4m\int y^3 dx = -\frac{4mA}{3B}\left(\frac{3}{8}\alpha^4 \text{ Boog sin.} \frac{y}{a} - \frac{3}{8}\alpha^2 y\sqrt{\alpha^2-y^2} - \frac{y^3}{4}\sqrt{\alpha^2-y^2} + C\right).$ Indien $x = o$, is ook de vastheid $= 0$, en $y = \frac{B}{2} = \alpha$, dus $0 = -\frac{4mA}{3B}\left(\frac{3}{8}\alpha^4\frac{\pi}{2} + C\right)$ waaruit $C = \frac{3.4\, m\, A.\, \pi\, B^4}{2.3.8.16\, B} = \frac{m\pi\, A.B^3}{4.16}$ (π de halve omtrek eens cirkels, wiens radius $= 1$ is) dus $\frac{4m}{3}\int y^3 dx = -\frac{4mA}{3B}\left(\frac{3}{8}\alpha^4 \text{ Boog sin.} \frac{y}{a} - \frac{3}{8}x^2 y\sqrt{\alpha^2-y^2} - \frac{y^3}{4}\sqrt{\alpha^2-y^2} - \frac{3\pi B^4}{4.4.16}\right)$ voor de vastheid der geheele ellipsis moet $y = 0$ zijn, dus $\frac{4m}{3}\int y^3 dx = -\frac{4mA}{3B}\left(-\frac{3\pi B^4}{4.4.16}\right) = \frac{\pi m\, A.\, B^3}{64}$ en daar $\pi = 3{,}141$ enz., heeft men voor de vastheid der elliptische waterlijn om de as A, $0{,}04908\, m\, A.\, B^3 \mp O.QG$; men vindt door eene dergelijke rekening, om de as B, $0{,}04908\, m.B.A^3 \mp O.QG$, waaruit blijkt, dat hier dezelfde reden plaats heeft voor de vastheid om verschillende asfen, welke wij bij den regthoek en de ruit in de vorige §. gevonden hebben. — De ellips heeft meer dan de helft der vastheid van den regthoek, doch de ruit minder dan de helft der ellips.

§. 40.

Men kan $\frac{m}{n} A.B^3 \mp O.QG$ voor eene algemeene formule der vastheid houden, waarin n grooter dan 12, doch kleiner dan 48 zijn moet; voor gelijkvormige schepen, dat is, die alleen in grootte, niet in gedaante, verschillen, is de vastheid in eene grootere reden dan het cubicq der afmetingen, want $A.B^3$ is als de vierde, en O de hoeveelheid waters die verplaatst wordt als de derde magt eener afmeting; van hier dan, dat grootere schepen naar evenredigheid meer vastheid hebben, dan kleinere. Het vermogen, waardoor het schip op zijde gehaald wordt zij P, S de vastheid, Δ de hoek der helling, dan is, naar §. 29, $P = S \sin. \Delta$, en $\sin. \Delta = \frac{P}{S}$; indien nu dit vermogen P in eene zamengestelde reden der diepte en der oppervlakte van de waterlijn, of in de cubicq reden der afmetingen is, volgt ook, daar S in eene grootere reden is, dat bij gelijkvormige schepen de hoek van helling kleiner moet worden, indien de beweegkrachten, evenredig zijn met de grootte dezer schepen zelve.

§. 41.

Men kan aan de formule der vastheid $\frac{m}{n} A.B^3 \mp O.QG$ ook dezen form geven $O\left(\frac{m}{n}\frac{A.B^3}{O} \mp QG\right)$, waarin $\frac{m A.B^3}{n O} \mp QG$ ééne grootheid van eene afmeting zijn moet, om dat $A.B^3$ vier afmetingen, O drie, en OG ééne afmeting hebben, of indien men de hoegrootheid niet het gewigt neme, is O de ruimte van 't schip onder water, en $O\left(\frac{1}{n}\frac{A.B^3}{O} \mp QG\right)$ de grootheid éëner afmeting. — De oppervlakte der waterlijn is grooter dan $\frac{1}{2}$ A.B, doch kan niet grooter dan A.B zijn; men on-
Fig. 12. derstelle die $= p.A.B$, de diepte van het schip, IE zij $= C$, bij Q het waterpunt, bij G het zwaartepunt; het volumen $O = pq\,A.B.C$, waar p de coefficient van A.B niet grooter dan 1, noch kleiner dan $\frac{1}{2}$ zijn kan; bij den regthoek is $qC = C$ of $q = 1$. Indien de doorsneden evenwijdig met de waterlijn regthoekig zijn, en in de kiel tot niet loopen, is $qC = \frac{1}{2}C$, dus $q = \frac{1}{2}$ en zoo het ligchaam eene omgekeerde pyramide is, $qC = \frac{1}{3}C$; men heeft derhalve in $O = pq\,A.B.C$, pq niet grooter dan 1, doch niet kleiner dan $\frac{1}{6}$; QG is de afstand der water- en zwaartepunten $= QF \pm FG$, naar dat het zwaartepunt boven of beneden de lijn FIF valt: QF kan altijd in deelen der diepte IE uitgedrukt worden; voor den regthoek is $QF = \frac{1}{2}IE$, zoo ook voor de ruit; voor het driehoekig prisma is $QF = \frac{1}{3}IE$, omdat CED dan een driehoek is wiens zwaartepunt op $\frac{1}{3}IE$ valt; voor de omgekeerde pyramide is $QF = \frac{1}{4}IE$; nu zijn voor elk dezer ligchamen $q = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$; men stelle dan $q = \frac{1}{r}$, dan is voor QF de noemer $\frac{1}{r+1}$ in elk geval, of QF $= \frac{1}{r+1} IE = \frac{q}{1+q} IE$; dus in 't gemeen $QG = \frac{q}{1+q} IE \pm F.G.$

§. 42.

§. 42.

In §. 38 vond men de vastheid van den regthoek tot die der ruit $= 4:1$, maar deze is tevens de reden van het vierkant der oppervlakten dezer figuren, men stelle dan in 't gemeen de vastheid als het vierkant der oppervlakten, men heeft $A^2 T^2 : p^2 A^2 B^2 = \frac{1}{12} : \frac{1}{n}$ dus $\frac{1}{n} = \frac{pp}{12}$, zoo men nu voor O, pq A.B.C, en voor QG, FG $\pm \frac{q}{1+q}$ IE in de formule der vastheid tusschen de [ ] plaatst, wordt dezelve $O \left[\frac{p}{12q}\frac{B^2}{C} \mp QG\right]$ of $\frac{pp}{12}$ $A.B^2 \mp O.QG$. Doch daar gemeenlijk G boven Q valt, neme men het bovenste teeken; als dan is de vastheid $O \left[\frac{p}{12q}\frac{B^2}{C} \mp FG - \frac{q}{1+q} IE\right]$, het bovenste teeken zoo G boven, het onderste als het beneden de lijn AIB valt. Dienvolgens is het algemeene vereischte, dat $\frac{pB^2}{12qC}$ grooter dan $\pm FG + \frac{qC}{1+q}$ zij, 't geen bij alle vaartuigen plaats moet hebben, en zonder hetwelk zij bij de minste helling zullen omslaan.

Voor de ellips is de oppervlakte der waterlijn $\frac{\pi}{4}$ A.B, dus $p = \frac{\pi}{4}$ en de vastheid $\frac{pp}{12}$ $A.B^2 \mp O.QC = \frac{\pi\pi}{16.12} A.B^2 \pm O.QG$; het geen naar §. 39 zijn moet $\frac{\pi}{16.4} A.B^2 \pm O.QG$, dus een weinig te groot, doch 't verschil is gering, daar de reden $\frac{\pi\pi}{16.12} = 0{,}0519$ en $\frac{\pi}{16.4} = 0{,}0491$ is; men kan dan deze formule, als zeer weinig van de integraal waardij verschillende, zonder aanmerkelijke fout gebruiken.

§. 43.

Indien G en Q zeer nabij elkander liggen, zoo dat men $GQ = 0$ mag stellen, is de formule der vastheid $\frac{4m}{3}\int y^3\, dx$ of bijna $\frac{pp}{12}$ $A.B^3$; het gedeelte onder water, wiens gewigt O is, komt niet in deze uitdrukking; waaruit dan ook volgt, dat zoo het zwaarte- en waterpunt in elkander vallen, de gedaante van het schip onder water noch deszelfs diepte geenen invloed op de vastheid kunenn hebben; maar liggen die punten uit elkander, dan heeft men voor de vastheid $O \left[\frac{p}{12q}\frac{B^2}{C} \pm QG\right]$ welk grootelijks van O en C, of van de ruimte die het fchip in het water beflaat, en de diepte afhangt, en naar de vorige § is het als dan een noodzakelijk vereischte, dat $\frac{pB^2}{12qC}$ grooter zij dan $\pm$ FG $+ \frac{qC}{1+q}$, welk vereischte wij nu nader overwegen moeten.

§. 44.

Fig. 12. FG is de hoogte van het zwaartepunt boven de lijn FIF, en daar $\frac{pB^2}{12qC} > FG + \frac{qC}{1+q}$ altijd zijn moet, heeft men $\frac{B}{C} = t$ ftellende, FG kleiner dan $C\left(\frac{ptt}{12q} - \frac{q}{q+1}\right)$ als eene algemeene bepaling van de hoogte van het zwaartepunt, daar, zoo hetzelve hooger genomen wordt, het vaartuig bij de minfte helling zal moeten omflaan. Deze bepaling is zeer belangrijk bij het laden van allerlei vaartuigen, men kan uit dezelve de hoogte van den bovenlast vinden, waarmede het fchip, zonder zijne vastheid te verliezen mag bezwaard worden, zij verfchilt, voor de verfchillende foorten van vaartuigen, naar de diepte en de gedaante die zij onder water hebben.

I. Bij het parallelepipedum is O = A.B.C of $p = q = 1$, dus moet altijd FG $< \left(\frac{tt}{12} - \frac{1}{2}\right)$ C zijn: waar $t = \frac{B}{C}$ de reden der wijdte tot de diepte van het fchip uitdrukt. Indien dan tt grooter dan 6 of C $< \frac{B}{\sqrt{6}}$ is, zal het zwaartepunt nog boven de waterlijn mogen zijn.

II. Voor het fcherp toeloopend ligchaam, of halve prisma, $p = 1$ $q = \frac{1}{2}$ zijnde, moet FG $< \left(\frac{tt}{6} - \frac{1}{3}\right)$ C zijn; zal dan het zwaartepunt boven de waterlijn mogen zijn, moet $tt > 2$ of C $< \frac{B}{\sqrt{2}}$ wezen.

III. Voor de prismatike ruit is $p = \frac{1}{2}$, $q = 1$, dus FG $< \left(\frac{tt}{24} - \frac{1}{2}\right)$ C, en voor het zwaartepunt boven de waterlijn $tt > 12$ of C $< \frac{B}{\sqrt{12}}$.

IV. Voor de omgekeerde pyramide, wier bafis eene ruit is, heeft men $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$ en FG $< \left(\frac{tt}{8} - \frac{1}{4}\right)$ C, dus de voorwaarde $tt > 2$ of C $< \frac{B}{\sqrt{2}}$ dezelfde als in II.

V.

V. Voor het prismatiek elliptisch ligchaam is p nagenoeg $= 0{,}8$ $q = 1$ en FG $< \left(\frac{tt}{15} - \frac{1}{2}\right)$ C dus moet $tt > \frac{15}{2}$ of $C < B\sqrt{\frac{2}{15}}$ zijn.

In elk vaartuig zal de hoogte, waarop het zwaartepunt boven de waterlijn zijn mag, met de diepte afnemen, of indien de vaartuigen dezelfde diepte hebben, de hoogte bijna als het vierkant der wijdte wezen.

§. 45.

Daar FG tot limiet heeft $\left(\frac{ttp}{12q} - \frac{q}{q+1}\right)$ C, zijnde de grootste hoogte, welke het zwaartepunt mag hebben, is het van belang den invloed der bijzondere grootheden t, p, q, C op dezelve te overwegen.

Het blijkt uit de formule, dat de hoogte toeneemt, als het vierkant van t of de betrekking tusschen de wijdte B en diepte C, voorts als de grootte der waterlijn of de coëfficient p, de diepte C, eindelijk in eene omgekeerde reden met den coëfficient q of de diepte van het waterpunt; waaruit volgt, dat vaartuigen, die een scherp toeloopend profil hebben, en wier horizontale doorsneden aan den regthoek naderen, ook des te hooger bovenlast zullen mogen voeren.

§. 46.

Hoewel naar §. 43 het schip altijd eenige vastheid hebben moet, indien $\frac{pBB}{12qC}$ grooter is dan $\pm$ FG $+ \frac{qC}{q+1}$; is nogtans deze bepaling voor de practijk niet genoegzaam voldoende, daar het er niet zoo zeer op aankomt of het schip eenige vastheid hebbe, dan wel of die vastheid genoegzaam zij om tegenstand te bieden aan de kracht, waarmede het schip, althans in gewone gevallen, uit zijnen horizontalen stand kan gebragt worden. Hier heeft men dan voornamelijk de ondervinding raad te plegen.

In 't gemeen valt bij alle geladen groote schepen het zwaartepunt digt bij de waterlijn, dus men FG $= 0$, en de vastheid O $\left(\frac{ptt}{12q} - \frac{q}{q+1}\right)$ C, $t = \frac{B}{C}$ zijnde, mag stellen; bij schepen die een kiel hebben, en eenigzins scherp naar de kiel toe-

loo-

loopen is $q = \frac{2}{3}$, dus $\frac{q}{q+1} = \frac{2}{5}$, ook kan men bij verre weg de meesten $p = \frac{6}{7}$ ftellen.

Het fchip, wiens lengte 152, grootfte wijdte 42 voeten is, heeft bij ondervinding volkomen genoegzame vastheid; daar nu de eerfte waterlijn 5354 en de oppervlakte A.B $= 6384$ voeten is, vindt men $p = 0{,}838$ of $\frac{5{,}86}{7}$, de inhoud wordt gevonden 65670 cub. voeten, welke door het vlak der waterlijn 5354 gedeeld, 12,26 voeten geeft $= q\mathrm{C}$; maar C of de diepte is 17,5 v., dus $q = 0{,}7$ en $\frac{q}{q+1} = \frac{7}{17} = 0{,}411$; wijders is $t = \frac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}} = 2{,}4$: men verkrijgt dan voor de vastheid $\mathrm{O.C}\left(\frac{ptt}{12q} - \frac{q}{q+1}\right)$ en dus $= 2{,}86\,\mathrm{O}$.

Daar nu de ondervinding leert, dat met deze coëfficient het fchip eene genoegzame vastheid heeft, mag men dezelve bij alle foortgelijke fchepen vorderen, en hiernaar de bijzondere bepalingen voor de afmetingen vastftellen.

Men onderftelle dan p en q als gegevene onveranderlijke grootheden, dan moet zijn $\mathrm{C}\left[\frac{0{,}838\,tt}{12.0{,}7} - 0{,}413\right] = 2{,}86$, dus is $t = \sqrt{\left(28{,}66\,\frac{1}{\mathrm{C}} + 4{,}13\right)}$ of de wijdte van het fchip, welks diepte C is, moet zijn $= \sqrt{(28{,}66\mathrm{C} + 4{,}13\,\mathrm{CC})} = \mathrm{B}$ zal het dezelfde coëfficient der vastheid hebben.

Voorts is de vastheid van dusdanige fchepen in de reden van hun gewigt, en daarom bij gelijkvormige fchepen bijna als de beweegkracht.

In 't gemeen zoo $\left(\frac{ptt}{12q} - \frac{q}{q+1}\right)\mathrm{C} = \mathrm{N}$ bevonden wordt in een fchip welks vastheid genoegzaam is, dan moet $t = \sqrt{\left(\frac{12q}{p}\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} + \frac{q}{q+1}\right)\right)}$ zijn.

§. 47.

In kleinere vaartuigen, of zulken wier bodems eene aanmerkelijke oppervlakte bij de kiel hebben, is q grooter: men neme hier ten voorbeeld een binnenlandsch vaartuig, lang in de waterlijn 49 voet, aan de kiel 47 voet, grootfte wijdte aan de waterlijn 13 voet $= \mathrm{B}$, in den bodem $b = 8\frac{1}{2}$ voet, diepte $\mathrm{C} = 3{,}9$ voet; de waterlijn zij $= \frac{6}{7}\,\mathrm{A.B}$, het hoofdfpan of grootfte profil zij een trapezium, dan is de inhoud

$\frac{6}{7}$A.C

$\frac{5}{7}$A.C$\left(\frac{B+b}{2}\right) = \frac{6}{7}$AB.$q$C dus $q = \frac{1}{2} + \frac{b}{2B} = 0{,}827$, voorts $t = \frac{B}{C} = 3{,}333$, p$' = \frac{6}{7}$; men heeft dan voor den coëfficient der vastheid $\frac{ptt\text{C}}{12q} - \frac{q\text{C}}{q+1} \mp$ FG $= 1{,}98 \mp$ FG; waaruit blijkt: 1° dat indien het zwaartepunt minder dan 1,98 voet boven de waterlijn valt, het vaartuig altijd eenige vastheid hebben, en dus eene aanmerkelijke bovenlast zal mogen voeren; 2° dat het zwaartepunt digt aan of onder de waterlijn vallende, als dan 1,98O of 2 $\times$ O de vastheid zijn zal, 't geen, naar de ondervinding, voor binnenlandsche vaartuigen, genoegzaam is.

§. 48.

Daar de inhoud onder water O $= pq$.A.B.C is, en de beide coëfficienten $p\,q$ zoo veel invloed op alle de gemaakte bepalingen hebben, is het van belang derzelver waardij voor eene bijzondere gedaante, welke men het schip onder water geven mag, waarbij tevens q elke gegevene grootte kan hebben, te onderzoeken. Deze gedaante is die, welke door twee parabolische vlakken gemaakt wordt, het zij derzelver holle (concave) of bolle (convexe) zijden tegen elkander gekeerd worden. p r q zij de verticale doorsnede van het schip; de wijdte p r, B; de diepte C, p q en r q zijn twee parabolische lijnen p n, x, n m, y, de inhoud van het vlak p n m is $= \int y\,dx$, in de parabola is $x^n = ry$, waar r de parameter is, dus $\int y\,dx = \int \frac{x^n\,dx}{r} = \frac{x^{n+1}}{(n+1)r}$; maar als $x = \frac{B}{2}$, is $y = C$, dus $B^n = 2^n\,r\,C$ of $r = \frac{B^n}{2^n\,C}$; stellende nu $x = \frac{B}{2}$ zoo verkrijgt men den geheelen inhoud p o q $= \frac{B\,.\,C}{2\,(n+1)}$, en p q r de gezochte doorsnede $= \frac{B\,.\,C}{n+1}$; is nu de vlakte der waterlijn een regthoek A.B, zoo is $\frac{A.B.C}{n+1}$ de inhoud onder water, en in 't gemeen is de inhoud der figuur onder water $\frac{p\,.\,A\,.\,B\,.\,C}{n+1}$, waar $q = \frac{1}{n+1}$. Fig. 14.

Indien $n = 0$ zij, is de inhoud p.A.B.C, 't welk voor het prisma geldt, wiens vlak p.A.B is; tevens $x^0 = ry$ of y eene constante waardij: is $n = 1$, dan is de inhoud $\frac{p\,.\,A\,.\,B\,.\,C}{2}$, 't welk voor het driehoekig prisma geldt, wiens horizontale doorfneden regthoeken zijn, als dan is $x = ry$, of p q r een regtlijnige driehoek. Indien n grooter dan één, is de inhoud kleiner dan die van het driehoekig prisma, de parabolifche zijden p q, q r zijn dan bol (convexe) tegen elkander; en $x^n = ry$ de Equatie der parabola, doch indien n kleiner dan de eenheid is, zijn de zijden p q, q r hol, (concave) tegen elkander gebogen, terwijl $x^n = ry$ de Equatie dier lijnen altijd uitdrukt.

§. 49.

In §. 40 vond men $P = S$ fin. $\triangle$, waar P het vermogen eener kracht, die het vaartuig uit deszelfs horizontalen ftand brengt, S de vastheid, en $\triangle$ de hoek der helling uitdrukte; daar nu $S = O\left(\frac{ptt C}{12q} - \frac{qC}{q+1} \mp FG\right)$ is, kan men, deze waardijen bekend zijnde, den hoek der helling $\triangle$ bepalen, welke het vaartuig moet aannemen indien het door eene kracht, wier vermogen P is, uit den horizontalen ftand gebragt is, zijnde $\frac{P}{S} =$ fin. $\triangle$.

Het is dikwerf van het uitterfte aanbelang, vooral ook in de kleine fcheepvaart, te weten, hoe veel een zeker gewigt, hetwelk ergens op het boord drukt, het vaartuig moet doen hellen; want is deze helling zoo groot dat het boord onder water komt, dan zal dra het vaartuig volloopen en zinken moeten.

Men ftelle, bij voorbeeld, in het vaartuig §. 47, $FG = 0$, dan is $S = O \times 1{,}98$, en daar $O = 64 \times$ p q. A. B. C het gewigt van het weggeperst water, is $O = 91295$ ponden en $S = 180760$ het vermogen P is gelijk aan het gewigt, vermenigvuldigd met deszelfs afftand van het zwaartepunt; indien dan op den rand van het boord een gewigt G drukt, is deszelfs vermogen $G \times \frac{1}{2} B$, 't welk $= 180760$ fin. $\triangle$; G zij, bij voorbeeld $= 1000$ pond, dan vindt men $\triangle = 12'21''$, voor den hoek der helling, die dit gewigt veroorzaken zal. Indien wijders h de diepte zij, waartoe het boord, door het gewigt G dus geplaatst, onder duikt, dan is $\frac{h}{\frac{B}{2}} =$ tang. $\triangle$ en dus fin. $\triangle$ $= \frac{2h}{\sqrt{B^2 + 4h^2}}$; derhalve $\frac{1}{2} B . G = \frac{2hS}{\sqrt{B^2 + 4h^2}}$, zoo dan het boord boven

wa-

water zal blijven, moet altijd G kleiner zijn dan $\frac{4HS}{B\sqrt{B^2+4H^2}}$, H de hoogte van het boord zijnde, indien het vaartuig regt ligt. Ook bij de kleinste vaartuigen, dient de vastheid wel zoo groot te zijn, dat bij het instappen het boord geen water scheppen kan, men stelle het gewigt van een' man met eenigen last beladen op 300 pond., dan moet $\frac{4HS}{B\sqrt{B^2+4H^2}}$ grooter dan 300 zijn in alle gevallen; indien nu de waterlijn, benevens B en S gegeven is, kan men hieruit de noodige hoogte van het boord H berekenen.

Nuttig ware het, indien men voor allerlei vaartuigen, bij de bepaalde hoogte van het boord H, het grootste gewigt G kende, boven hetwelk het boord niet bezwaard mag worden; zulks zoude voor groote schaden in sommige gevallen behoeden kunnen; zoo herinner ik mij voor eenige jaren in Amsterdam, een zolderschuit met zuikervaten diep geladen, bij het uitrollen van een vat te hebben zien kantelen, zoo dat de schuit binnen weinige oogenblikken volliep en zonk, en de gansche lading, die op vele duizenden begroot werd, bedorven werd: had nu de schuitenvoerder geweten, hoe veel boord hij behouden moest om een zuikervat te kunnen afrollen, en hierop gelet, dan was dit ongeluk voorgekomen.

§. 50.

De formule der vastheid §. 41 $O\left(\frac{1}{n}\frac{A.B^3}{O}-QG\right)$, die wij tot hiertoe overwogen, geldt, indien het vaartuig om de as A bewogen wordt, dus ook de bepaling der vastheid $O\left(\frac{ptt C}{12q}-\frac{qC}{q+1}\mp FG\right)$ voor deze beweging gelden zal; maar zoo B de as der beweging zij, heeft men naar §. 37 enz. $O\left(\frac{1}{n}\frac{B.A^3}{O}-QG\right)$, of in den deeler pqA.B.C voor O, en voor $\frac{1}{n}$, $\frac{pp}{12}$; wijders $r'=\frac{A}{C}$ gesteld zijnde, $O\left(\frac{pr'r'C}{12q}-\frac{qC}{q+1}\mp FG\right)$ voor de vastheid bij de beweging om de as B; daar nu A grooter dan B is, moet ook deze vastheid grooter dan die om de as A zijn, waaruit men, onder anderen, ligtelijk afleidt, dat de last G, waarmede het vaartuig, naar de vorige §., omslaan moest, zoo die op den rand van het boord druk-te, aan den voor- of agtersteven geplaatst, dit nadeelig gevolg niet altijd zal hebben, en mitsdien ook, veel zwaarder lasten bij den voor- of agtersteven zullen kunnen opgeladen worden, dan aan het midden van het boord.

TWEEDE HOOFDSTUK.

OVER HET ZWAARTEPUNT EN BOVENPUNT (METACENTRE).

§. 51.

Het vermogen, waarmede een schip met een' hoek Δ op zijde hellende zich tracht te herstellen, is, naar §. 49, $O\left(\frac{pttC}{12q} - \frac{qC}{q+1} \mp FG\right)$ sin. Δ, of, naar §. 34, in 't gemeen $\left[\frac{4m}{3}\int y^3dx \mp O.QG\right]$ sin. Δ. — Tot hiertoe namen wij in onze berekeningen de plaats van het zwaartepunt als bekend aan, of onderstelden $QG = o$, hoewel nu het laatste bij de meeste groote schepen plaats heeft, in welken QG ten minste zeer gering is, is het niettemin van veel belang het punt G en den afstand der zwaarte- en waterpunten bij alle schepen juist te kunnen bepalen, vooral daar alle beweging van het schip om eenige as, geschiedt als om eene lijn die door het zwaartepunt gaat. — Dat nu de zwaarte- en waterpunten zeer uit elkander kunnen vallen, blijkt al aanstonds indien wij ons een geladen schip voorstellen; men denke zich de lading, of, 't geen hier hetzelfde is, derzelver zwaartepunt, op eene bepaalde hoogte, en verplaatse dezelve wijders in gedachten naar boven of naar beneden hoe ver men wil, doch in dezelfde loodlijn; dan zal door deze verplaatsing het waterpunt geenzins veranderd worden, maar het zwaartepunt alleen rijzen of dalen. Bij een ongetuigd en ongeladen schip, is het zwaartepunt, het mid-

middelpunt der zwaarte van den geheelen romp, doch het waterpunt, dat van den inhoud tusschen de waterlijn en de kiel.

§. 52.

Theoretisch beschouwd kan men het zwaartepunt van de geheele romp van een schip, op dezelfde wijze als het waterpunt vinden. Men trekke eene lijn langs de kiel, en verdeele het geheele schip door loodlijnige vlakken, die regthoekig op het vlak staan, 't welk door de kiel en de stevens gedacht wordt; bij voorbeeld, zoo als in Fig. C van 7 tot 7 voet; nu berekene men het gewigt der ribben, planken, balken en ijzerwerk in ieder vak, benevens derzelver zwaartepunt; ergens in de kiellijn, bij voorbeeld, op het einde, neme men een vast punt aan, zoo zal de som der producten van het gewigt van ieder vak, met deszelfs afstand van dit punt, gedeeld door de som der gewigten, den afstand van het gemeen zwaartepunt tot het vaste punt, in de horizontale lijn gelijk zijn; daar, naar gronden der werktuigkunde, deze afstand $= \frac{f.\ \text{gew.} \times \text{afst.}}{f.\ \text{gew.}} =$ de afstand van het zwaartepunt is.

Men trekke wijders op eenen bepaalden afstand, evenwijdig met de waterlijn, horizontale vlakken, bij voorbeeld op $3\frac{1}{2}$ voet van elkander; men zoeke op dezelfde wijze het gewigt der deelen van 't schip tusschen elk dier vlakken en hun zwaartepunt; men rigte op de kiellijn eene loodlijn op, en neme, bij voorbeeld, in de kiel eenig vast punt aan, zoo zal de som der producten van het gewigt in ieder vak met deszelfs afstand van dit punt, gedeeld door de som der gewigten, gelijk zijn aan den afstand van het gemeen zwaartepunt tot dit aangenomen punt in de loodlijn.

Daar nu het gemeen zwaartepunt van een schip noodzakelijk in het vlak, 't welk door de kiel en de stevens gaat, zijn moet, is hetzelve volkomen juist bepaald; deszelfs hoogte boven de kiel, en de afstand van den steven gevonden zijnde.

Hoe wiskunstig fraai deze wijze ook moge zijn, zij is niettemin in de practijk, vooral bij geladen schepen, onuitvoerlijk, en daarom den scheepsbouwer van weinig

 nut:

nut: Er is eene andere, wel minder volſtrekt wiskundige, doch voor de practijk voldoende, en die men tevens om hare gemakkelijkheid dikwerf herhalen kan, waardoor men het gebrek aan naauwkeurigheid, door het middelen der waardijen, uit veelvuldige waarnemingen allezins kan vergoeden.

§. 53.

Indien het ſchip in evenwigt zijnde ſtil op het water ligt, is het herſtellend vermogen $V = o$, doch zoo hetzelve door eenigerhande oorzaak over eene zijde helt, en in dien ſtand liggen blijft, is het zeker dat het vermogen dezer kracht gelijk is aan het herſtellend vermogen, verg. §. 50. Men bezware dan het eene boord omtrent het hoofdſpan met eenig gewigt, of verplaatſe den last, zoo als in een oorlogſchip, door het kanon, kisten enz. naar eene zijde te brengen, ook kan men watertonnen of andere lasten aan lange ſtokken ter zijde van het ſchip uitſteken. Nu kan men het gewigt van den verplaatſten of nieuw aangebragten last weten, alsmede
Fig. 13. deszelfs afſtand van het midden van het ſchip; noemende den last in b, L, dien afſtand ab, p; dan kent men ook het vermogen $p.L$ waarmede het ſchip op zijde getrokken wordt, den hoek Δ vindt men uit de hoogte van 't boord aan het hoofdſpan Dd, 't welk aan de eene zijde boven of aan de andere zijde onder water gekomen is, deze zij h, dan is $\frac{2h}{B} = \text{ſin.}\,\Delta$; daar nu het drukkend vermogen $= \left(\frac{4m}{3}\int y^3 dx \mp O.QG\right)\cdot\text{ſin.}\,\Delta$ is, heeft men die waardij $= pL$, dus QG $= \frac{4m}{3\times O}\int y^3 dx - \frac{Lp}{O\,\text{ſin.}\,\Delta}$ daar het zwaartepunt doorgaans boven het waterpunt valt, of, naar §. 43, QG $= \frac{pttC}{12q} - \frac{Lp}{O.\,\text{ſin.}\,\Delta}$; daar nu in deze formule $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx$ of $\frac{pttC}{12q}$ boven reeds gevonden, en L, p, Δ door waarneming bekend zijn, vindt men den afſtand tusſchen het zwaarte- en waterpunt QG.

§. 54.

§. 54.

Indien wij, naar §. 41, $O = pq$ A.B.C. en $B = tC$ ſtellen, vindt men voor $QG = \frac{ptt C}{12q} - \frac{pL}{O.\text{ſin.}\triangle}$, om den eerſten term $\frac{ptt C}{12q}$ te bepalen, heeft men voor het ſchip 't welk wij ten voorbeeld ſtelden, zie §. 46. $p = 0{,}838$, $q = 0{,}7$, $t = \frac{12}{5}$, $C = 17{,}5$, en $\frac{ptt C}{12q} = 10{,}06$. Naar juiste proeven door D. JUAN opgegeven, was het vermogen der verplaatſte ballast $pL = 4867000$ ponden, nu is $O = 65670 \times 64 = 4202880$ ponden en $\frac{pL}{O.\text{ſin.}\triangle} = 8{,}89$; derhalve is $OG = 10{,}06 - 8{,}89 = 1{,}17$ voeten, de afſtand van het zwaartepunt boven het waterpunt; daar nu §. 24 het waterpunt 6,8 voeten onder de waterlijn of 10,7 boven de kiel ligt, is het zwaartepunt 11,87 voeten boven de kiel, en, naar §. 12, in dezelfde loodlijn met het waterpunt.

Indien uit Hoofdſtuk III de ruimte, die het ſchip in 't water beſlaat, O benevens de drie afmetingen A, B, C bekend zijn, vindt men $p = \frac{\text{de oppervlakte}}{\text{A.B}}$ en $q = \frac{O}{\text{oppervl.} \times C}$ voorts $t = \frac{B}{C}$, en hieruit $\frac{ptt C}{12q}$ voor alle gevallen. Maar uit §. 43 blijkt dat deze waardij voor p bij eene elliptiſche oppervlakte niet volkomen juist is, en uit den aard der kromlijnige ligchamen volgt ook, dat de waardij van q ſlechts bij nadering is: waarom $\frac{ptt C}{12q}$ van $\frac{4m}{3}\int y^3 dx$ verſchillen moet, indien men dan de grootſte naauwkeurigheid verlangt, moet $\frac{4m}{3}\int y^3 dx$ naar den aard der integraal rekening gevonden worden, terwijl, voor eene mindere naauwkeurigheid, men in allen dezen, in de eerſte rekening berusten kan.

§. 55.

Zal de formule $\frac{4m}{3}\int y^3 dx$ integrabel zijn, moet y eene gegevene functie van x of eene onveranderlijke grootheid wezen: in het eerſte geval wordt eene equatie vereischt tusſchen y, x en onveranderlijke grootheden; indien nu de waterlijn eene algebraiſche of mechaniſche kromme lijn is, wier aard door de equatie bepaald wordt, is ook $\int y^3 dx$ ten minſte door eene reeks altijd integrabel: hoewel dan de waterlijn van vele ſchefchepen niet veel van de Ellips verfchillen mag, is zij nogtans bij anderen hiervan merkelijk onderfcheiden, en kan foms voor geene regelmatige kromme lijn (curva continua) gehouden worden; in zulke gevallen is er dan ook geene equatie tusfchen y en x, en men moet eenen anderen weg inflaan om de grootheid $\int y^3\,dx$ te vinden.

§. 56.

Indien b′ en c′ de lengte van twee op elkander volgende parallelen, loodregt op het kielvlak, naar den voorfteven in de waterlijn, en p derzelver afftand is, dan is de lengte der, op eenen afftand x van b′, ingevoegde (geinterpoleerde) parallel $= c' + \frac{x}{p}(b' - c')$, 't welk dus de gemeene formule voor de wijdte $2y$ of e is; hieruit is dan $e^3 = c'^3 + \frac{3'c^2 x}{p}(b' - c') + \frac{3'c\,x^2}{p^2}(b' - 'c)^2 + \frac{x^3}{p^3}(b' - 'c)^3$ $= 8y^3$ (daar $e = 2y$ is); dus $\int y^3\,dx$

$$= \frac{1}{8}\left[\int 'c^3 dx + \int \frac{3'c^2 x}{p}(b' - c')\,dx + \int \frac{3'c\,x^2}{p^2}\,dx\,(b' - c')^2 + \int \frac{x^3\,dx}{p^3}(b' - c')^3\right.$$

$$= \frac{1}{8}\left[\,'c^3 + \frac{3'c^2}{2p}(b' - 'c)\,x + \frac{'c(b' - c')^2}{p^2}x^2 + \frac{(b' - c')^3}{4p^3}x^3\right]x$$ voor het ganfche gedeelte tusfchen b′ en c′, is dan $x = p$; waaruit $8\int y^3\,dx$

$$= p\left['c^3 + \tfrac{3}{2}'c^2(b' - c') + 'c(b' - c')^2 + \frac{(b' - c')^3}{4}\right] = \frac{p}{4}\left['c^3 + 'b'c^2 + 'b^2c' + 'b^3\right]$$

indien ′c′d de volgende parallelen zijn heeft men, voor het geheele vak tusfchen ′c en ′d $8\int y^3\,dx = \frac{p}{4}\left['d^3 + 'c'd^2 + 'c^2'd + 'c^3\right]$; voor het vak tusfchen ′d en ′e $8\int y^3\,dx = \frac{p}{4}\left['e^3 + 'd'e^2 + 'd^2e' + 'd^3\right]$ en zoo voorts voor alle de volgende parallelen in het voorfte gedeelte der waterlijn; men heeft dan voor de fom van alle de trap. of $8\int y^3 dx = \frac{p}{4}\left('b^3 + 'b^2c' + b'c^2 + 2'c^3 + 'c^2d + 'd^2c + 2'd^3 + 'd^2e' + 'e^2d + 2e'^3 + \text{enz.}\right)$ $= \frac{p}{4}\left('b^2(b' + 'c) + 'c^2('b + 2'c + 'd) + 'd^2('c + 2'd + 'e) + \text{enz.}\right)$ waaruit voor de volgende termen de wet ligtelijk is optemaken; even zoo, de parallelen van die in het hoofdfpan ′b naar den agterfteven rekenende en deze c, d, e, f, enz. noemende, heeft men voor $8\int y^3\,dx = \frac{p}{4}\left(b^2(b + c) + c^2(b + 2c + d) + d^2(c^2 + 2d + e) + \text{enz.}\right)$ deze beide reijen geaddeerd en met $\frac{m}{12}$ vermenigvuldigd zijnde, komt de waardij

4m

$\frac{4m}{3}\int y^3 dx$; voor het fchip, 't welk wij fteeds ten voorbeeld namen, is, naar de rekening van D. JUAN $\frac{4m}{3.O}\int y^3 dx = 9{,}333$ voeten, 0,662 minder, dan naar de formule $\frac{pttC}{12q}$, dus $QG = 9{,}33 - 8{,}89 = 0{,}44$: het *zwaartepunt* valt dan op 11,14 voeten boven de kiel.

§. 57.

De waardij $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx$ kan eindelijk bij nadering en ongeveer gevonden worden, indien men het cubicq der opeenvolgende parallelen in de waterlijn van den voor- tot den agterfteven addeert, doch van de eerfte en laatfte flechts de helft neemt, wijders de fom dezer cubicqgetallen, met den afftand der parallelen, die bij het fchip 't welk ten voorbeeld dient $= 7{,}16$ voeten is, vermenigvuldigt, dan zal dit product van $\int y^3 dx$ niet veel verfchillen; men vindt hetzelve 11,8; waaruit het zwaartepunt 13,2 voeten boven de kiel zijn moest, 't welk 2,1 hooger is dan naar de vorige berekening. Indien dan de waterlijn geene regelmatige kromme lijn, of de Equatie tusfchen hare ordinate en abfcisfe niet gegeven is, moet men zich van de wijze in de vorige §. bedienen, of, zoo er geene zeer groote juistheid vereischt wordt, kan men die van §. 54 gebruiken, daar die in deze §. moeijelijker, en dikwerf min naauwkeurig is dan deze.

§. 58.

Daar bij alle fchepen, die in den voor- en agterfteven meer of min fcherp toeloopen, in de formule $\int y^3 dx$, y nul wordt als $x = a$ is, $a = \frac{A}{2}$ de halve lengte van het fchip, of, indien $y = b$, $b = \frac{B}{2}$ de halve wijdte zijnde, $x = 0$ wordt, kan men de Equatie $y^n = \frac{b^n}{a^n}\left[a^n - x^n\right]$, die alle mogelijke foorten van Elliptifche lijnen bevat, op zeer vele fchepen toepasfen; voor de ruitvormige waterlijn is n dan $= 1$, voor de elliptifche 2, en hoe grooter n wordt des te meer nadert de ellips aan den regthoek. Om den exponent n door meting der perpendiculairen y te ontdekken, heeft men, daar $y^n = b^n\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n\right)$, $y = b\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^n\right)^{\frac{1}{n}}$ waaruit

uit $\left(\frac{y}{b}\right)^n + \left(\frac{x}{a}\right)^n = 1$, zoo men nu door afmeting de waardijen $\frac{y}{b}$ en x bepaalt, kan men de waardij van n, waardoor $\left(\frac{y}{b}\right)^n + \left(\frac{x}{a}\right)^n = 1$ (*) wordt, vinden; men heeft $\int y^3 dx = \int \frac{b^3}{a}\left(1 - z^n\right)^{\frac{3}{n}} dz$, voor $\frac{x}{a}$, z stellende; indien nu, bij voorbeeld $n = 3$, of een veelvoud van dit getal zij, is deze formule integrabel, doch voor elke andere waardij van n altijd door eene reeks en bij nadering te vinden.

§. 59.

In de equatie der vastheid O $\left(\frac{4m}{3.O}\int y^3 dx - QG\right)$, is het geen met O vermenigvuldigd wordt eene grootheid van eene afmeting, want $\int y^3 dx$, heeft vier, O drie afmetingen; men kan dus dezen factor als eene lijn beschouwen, waaraan als hefboom het gewigt O werkt; wijders is het blijkbaar dat $\frac{4m}{3.O}\int y^3 dx$ grooter dan QG zijn moet, daar anders het schip bij de minste helling zou moeten omslaan; de lijn $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx$ bepaald dan den grootsten afstand, die tusschen het zwaarte- en

Fig. 8. waterpunt zijn mag. Nu zij $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx = Qg$, dan is g het punt hetwelk men *Metacentrum*, (Bovenpunt) noemt, om dat het altijd boven het zwaartepunt G moet liggen, indien het zwaartepunt boven het waterpunt, gelijk gewoonlijk, valt.

Daar $\frac{4m}{3}\int\frac{y^3 dx}{O}$ eene grootheid van eene afmeting is, vindt men uit deszelfs gegevene waardij, de hoogte van het bovenpunt in een ander vaartuig, 't welk met dit volkomen in alles gelijkvormig is, daar die hoogten bijna als de wijdten, lengte, of diepte zijn moeten.

In

(*) $\frac{y}{b}$ zij p, $\frac{x}{a}$ q dan is $p^n + q^n = 1$, om n te vinden, stelle men $p^n = u$, $q^n = u^z$, $n \log. p = \log. u$
$n \log. q = z \log. u$

dus $n \log. p = \frac{n \log. q.}{z}$ en $z = \frac{\log. q}{\log. p}$ eene grootheid die door p en q gegeven is.

Men heeft dus $u^z + u = 1$ eene Equatie van den rang $z = \frac{\log. q}{\log. p}$ of zoo men $\log. p$ β, $\log. q$ α noeme $u^{\frac{\alpha}{\beta}} + u = 1$ of $u^\alpha = (1 - u)^\beta$.

In de waardij van $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx$, is y de halve perpendiculair, binnen het boord gemeten, O eene functie ook van y zijnde, is $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx$ als het vierkant van y; indien men nu de dikte van 't boord 0,58 duim rekent, is $(21)^2 : (21{,}58)^2 = 9{,}3 :$ 9,856 de hoogte van het bovenpunt.

Indien men de uiterste naauwkeurigheid niet verlangt, kan men O g of de hoogte van het bovenpunt in 't gemeen $\frac{p.ttC}{12q}$ stellen, zoo nu de afstand tusschen het zwaarte- en waterpunt grooter dan deze waardij bevonden wordt, kan het schip geene vastheid hoegenaamd hebben, maar moet bij de minste beweging omslaan; de hoogte van het bovenpunt is dus de limiet van den afstand tusschen het zwaarte- en waterpunt in elk vaartuig.

DERDE HOOFDSTUK.

OVER HET HEIJEN (TANGAGE) EN SCHOMMELEN (ROULIS) VAN EEN SCHIP.

§. 60.

In het vorige hoofdstuk werd het vermogen, waardoor het hellend schip zich van zelven in evenwigt herstelt, overwogen, en de vereischten opgegeven welke hiertoe bij allerlei schepen, ten opzigte hunner gedaante en lading, plaats behooren te hebben. — Zoodra eenige kracht, die niet door het zwaartepunt van het schip gaat, ergens buiten het zwaartepunt op het schip werkt, zal deze het trachten te bewegen, om eene lijn, die altijd door het zwaartepunt gaan moet. Indien nu het schip eenige vastheid heeft, dat is, zoo de gevondene Equatie O. $\left(\frac{4m}{3O}\int y^3 dx - QG\right)$ positif is, dan werkt het herstellend vermogen in eene tegengestelde rigting met de kracht die buiten het zwaartepunt loodregt is aangebragt, en zal dus het schip tot den horizontalen stand terug brengen.

Het herstellend vermogen is een gevolg der perskracht, daar nu deze niet anders is dan de zwaartekracht des waters, moet zij met eene versnelde beweging werken; zoodra dan het schip tot den horizontalen stand terug gekomen is, zal het overslaan naar de andere zijde, tot dat de perskracht weder deze beweging vernietigt, het hellend schip zal dan tot den horizontalen terug keeren en aan de andere zijde doorslaan, en zoo beurtelings op en neder gaan, tot dat door den tegenstand en wrijving alle beweging eindelijk ophoudt, en het schip in evenwigt stilligge. Waar ook een loodlijnige kracht buiten het zwaartepunt op het schip werkt, zal dusdanige schommeling geboren worden, wier as eene regte lijn is, regtstandig op de lijn die het zwaartepunt met het punt, waar de kracht word aangebragt, verbindt, en door het zwaartepunt zelve getrokken is.

Het schip kan dus op oneindig vele wijzen schommelen; doch alle schommelingen zijn begrepen, tusschen die, welke om de langste as of kiellijn geschieden, en die om de as, die regtstandig op de eerste, of loodregt op het kielvlak is, plaats hebben; de eerste soort van beweging om de grootte as heet men het *schommelen*, de andere *het heijen*, door deze gaan de stevens, door de andere de boorden van het schip gestadig op en neder.

§. 61.

Deze bewegingen, zoo zij hevig en veelvuldig zijn, moeten noodwendig het schip zeer benadeelen, daar, door het geweldig schokken en slingeren, het schip verzwakt en als uit een gewrongen wordt; het is dan van belang die schommelingen zoo veel mogelijk te verminderen en zachter te maken; hoe grooter de kracht is waardoor het schip bewogen wordt, des te grooter zal ook de schommeling moeten zijn, en hoe schielijker elke schommeling is, des te heviger moeten ook de schokken

ken zijn; men heeft dan op twee zaken te letten: vooreerst, dat de kracht der ſchommeling verminderd, ten anderen dat hare during vergroot worde.

Men kan de beurtelingſche op en neergaande beweging van het ſchip zeer eigenaardig met die van eenen flinger vergelijken, in beide is de zwaartekracht de eenige oorzaak der beweging, in beide geſchied de beweging om een vast punt, beider beweging is beurtelings rijzende en dalende.

Om nu alles hetgeen van de flingeringen in de werktuigkunde geleerd wordt, op de beweging van het ſchip toetepasſen, zulks vorderde eene zeer ingewikkelde berekening, uit de hoogſte calcul afgeleid; wij zullen dezelve daarom hier niet in 't breede ontvouwen, te meer daar het er voor het dadelijk gebruik veel meer op aankomt, de ſchommelingen van verſchillende ſchepen, of bij verſcheidene omſtandigheden, onderling te vergelijken, dan wel de during van elke ſchommeling allernaauwkeurigst te bepalen.

§. 62.

In A zij een zwaar ligchaam O, 't welk aan eene onbuigzame lijn AP, l gehecht, om het punt P bewegelijk is; in de rigting Aq, die loodlijnig is, werke op hetzelve eene kracht v, zoo is deszelfs vermogen, om A bij den hoek APT $=$ H te bewegen, rq $= v$ ſin. H; nu is naar de beginſelen der werktuigkunde, de ſnelheid $= 2g \int \frac{v}{O} \, dt$, indien v de kracht, O het ligchaam, t de tijd en g de valhoogte in een tijd ſecunde uitdrukt, dus, daar de ſnelheid ook $= \frac{dx}{dt}$ is, x de doorloopene ruimte beteekenende, heeft men $\frac{dx}{dt} = 2g \int \frac{v \text{ ſin. H}}{O} \, dt$. Fig. 15.

De hoekſnelheid, waarmede het ligchaam den boog AT $=$ H doorloopt is $\frac{dx}{l}$ dus $= 2gdt \int \frac{v \text{ ſin. H}}{O.l} \, dt$, en daar ſin. H $= \frac{y}{l}$ is ($y =$ An zijnde) deze hoekſnelheid $= 2gdt \int \frac{vy}{Oll} \, dt$.

Past men deze uitdrukking op de beweging van het ſchip bij de ſchommeling, of op het heijen toe, dan is O de zwaarte van het fchip, en Oll het geen men het vermogen der traagheid (*momentum inertiae*) in de beweegkunde pleeg te noemen, v is de kracht der beweging of de zwaarte van het fchip zelve, en daar $y = l$ fin. H, en dus de hoekfnelheid $2gdt \int \frac{v\,l \text{ fin. H}}{O.ll}\,dt$ is; ook $v\,l$, volmaakt het zelfde met O $\left(\frac{4m}{3O}\int y^3\,dx \mp QG\right)$, en H met $\triangle$; men ftelle dan $O.ll = S$ het moment der traagheid, dan is $2gdt \int \frac{O.l \text{ fin.} \triangle}{S}\,dt$ de hoekfnelheid der fchommeling.

Bij de flingeringen, eens enkelvoudigen flingers is de hoekfnelheid $2gdt \int \frac{v \text{ fin.} \triangle}{O.l}\,dt$, waar de beweegkracht $v = O$ is, en l de lengte des flingers L uitdrukt; dus is die hoekfnelheid $2gdt \int \frac{\text{fin.} \triangle\,dt}{L}$; beide waardijen nu gelijk ftellende is $\int \frac{Ol \text{ fin.} \triangle}{S}\,dt = \int \frac{\text{fin.} \triangle\,dt}{L}$ en dus $\frac{Ol}{S} = \frac{1}{L}$ of $L = \frac{S}{O.l}$, zal S het *momentum inertiae* in 't gemeen uitdrukken, dan is voor elken afftand van het punt P, $S = O\,x\,x$, dus $L = \frac{xx}{l}$; derhalve is het vierkant van den afftand van het flingerpunt gedeeld door $\frac{4m}{3O}\int y^3 dx \mp QG$, of bij $QG = o$, door de hoogte van het bovenpunt, eene lijn, zoo lang als de flinger, wiens flingeringen even lang duren als de fchommelingen van het fchip; wijders, daar men in de beweegkunde bewijst, dat de lengte des flingers evenredig is met het vierkant van de tijden der flingering, heeft men (zoo r de lengte eens flingers, die fecunden flingert of $3\frac{1}{4}$ voet, en T een aantal fecunden is) $r : \frac{xx}{l} = 1'' : T$, dus $T = \sqrt{\frac{xx}{rl}}$, zoo veel fecunden duurt elke flingering van het fchip, en zoo men $l = \frac{pttC}{12q}$ §. 59 ftelt, $T = x\sqrt{3{,}692\left(\frac{q}{p}\right)\frac{1}{ttC}}$, en zoo $x = n$, $CT = \frac{n}{t}\sqrt{\left(3{,}692\left(\frac{q}{p}\right)C\right)}$ voor den tijd eener flingering in fecunden.

§. 63.

Om deze formule op de fchommeling van verfchillende ligchamen toetepasfen heeft men:

I Voor het parallepipedum $p = q = 1$, en zoo $B = C$, $t = 1$ dus $T = n\sqrt{3{,}692.C}$

II

II	voor het half prisma $p=1$, $q=\frac{1}{2}$ en zoo $t=1$	$T=n\sqrt{1{,}846.C}$
III	voor het pyramide $p=1$, $q=\frac{1}{3}$ en zoo $t=1$ of de tijden als $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$	$T=n\sqrt{1{,}231.C}$
IV	voor die der ruit $p=\frac{1}{2}$, $q=1$ en zoo $t=1$	$T=n\sqrt{7{,}384.C}$
V	voor pyramide wier basis een ruit $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{1}{3}$ en zoo $t=1$	$T=n\sqrt{2{,}461.C}$
VI	voor het ligchaam, welks waterlijn eene ellips $p=0{,}838$, $q=0{,}7$ en zoo $t=1$	$T=n\sqrt{3{,}084.C}$
VII	voor het prismatik ligchaam welks waterlijn eene ellips is, is $p=0{,}838$, $q=1$ en $t=1$	$T=n\sqrt{4{,}406.C}$
VIII	voor het schip 't welk ten voorbeeld strekte is $p=0{,}838$, $q=0{,}7$ en $t=\frac{11}{3}$ §. 46	$T=n\sqrt{0{,}5354.C}$

de grootste waardij van $n=\frac{x}{C}$ is $\frac{B}{2C}$, 't welk $B=42$, $C=17{,}5$ voet. zijnde, geeft $T=3'',67$ voor de grootste during eener schommeling van dit schip.

Bij de schommelingen om de kleine as, of het heijen, is $t=\frac{n}{s}\sqrt{3{,}692\left(\frac{q}{p}\right)C}$ alwaar $s=\frac{A}{C}$ is, indien men dan $s=1$ stelt verkrijgt men dezelfde formulen, doch A grooter dan C zijnde, in s grooter dan 1, en dus moet de during der schommeling bij het heijen korter zijn, indien $n=\frac{x}{C}$ dezelfde waardij in beide gevallen heeft, of de last op denzelfden afstand geplaatst ware; dit strijdt nogtans met de ondervinding, welke leert, dat de beweging bij het heijen veel langzamer gaat, dan bij het schommelen.

Maar men merke hier op, dat in elk schip de waardij van n bij het heijen veel grooter zijn moet dan bij het schommelen, omdat de bewogene deelen van het schip in het eerste geval veel verder van de as der beweging afstaan dan in het tweede, 't geen ook van de lading waar is, zoo die evenmatig door de ruimte van het schip verdeeld is.

Behalve dit alles wordt de beweging bij het heijen, in schepen welker voor- en agter-

ste-

ſteven aanmerkelijk valt, bij elke op- en neërgang zeer veel verminderd door de botſing op het water, welke vermindering, wij hier nogtans niet berekenen zullen, wij merken alleen op dat bij ſchepen, wier ſtevens bijna loodregt op de kiel ſtaan, en die daarenboven zeer ſcherp toeloopen, het heijen zeer veel verergerd wordt, eensdeels doordien zij bij eene kleinere waterlijn minder vastheid hebben, anderdeels omdat bij het op en neërgaan de ſtevens weinig tegenſtand op het water lijden.

Uit dit alles mag men dan het volgende als zeker afleiden:

I Dat voor allerlei vaartuigen de ſchommelingen des te heviger zijn zullen, naar mate de last digter aan de as der beweging is.

II Dat, daar $t = \frac{B}{C}$, en dus $T = n \sqrt{3{,}692 \left(\frac{q}{p}\right) \frac{C^3}{B^3}}$, de tijd der ſchommelingen bij gelijkſoortige ſchepen als de wortel van het cubicq der diepte, en omgekeerd als de wijdte is.

III Dat als de oppervlakte der waterlijn, het overige gelijk zijnde, grooter is, ook de ſchommelingen heviger zijn.

IV Dat bij gelijkvormige ſchepen de tijd eener ſchommeling als de wortel der diepte zijnde, dus kleinere vaartuigen ſneller ſchommelen moeten.

§. 64.

Indien M het moment der traagheid van een ligchaam is, 't welk aan een hefboom met de ſnelheid u bewogen wordt, dan is $\int M\,du$ het vermogen van dit gewigt op dien hefboom; in §. 62 vond men het element der hoekſnelheid $2gdt \int \frac{O\,l\,\text{ſin.}\,\Delta}{S}\,dt$, maar de doorloopene ruimte $u\,dt$ is $= l \times$ hoekſnelheid, dus de hoekſnelheid $= \frac{u\,dt}{l}$, waaruit $u = 2g \int \left(\frac{Ol^2\,\text{ſin.}\,\Delta}{S}\right) dt$, en $du = \frac{2gOl^2\,\text{ſin.}\,\Delta dt}{S}$ derhalve is $M du$; of het element van 't vermogen op den hefboom $= \frac{2gMOll\,\text{ſin.}\,\Delta dt}{S}$ daar nu l de afſtand of hoogte van het bovenpunt is, moet dit vermogen evenredig met het vierkant van die hoogte zijn; nu zij $S = O\,xx$ en $M = P\,yy$, waar P het gewigt, y de afſtand van het gewigt tot de as der ſlingering beduidt; men heeft dan ook het

ver-

vermogen evenredig met $2gP$ fin. $\Delta \left(\frac{ly}{x}\right)^2$; waaruit dan volgt, dat indien op eenen afstand y van de as der fchommeling, een gewigt P zich bevindt, deszelfs vermogen om de lijn, waarmede het met de as verbonden is, evenredig is met het enkelvoudige gewigt P, en den hoek Δ, doch als het vierkant van den afstand y, en van de hoogte des bovenpunts.

Van hier dan dat de kracht, die bij het fchommelen elk deel van het fchip, masten en tuigagie, weêrftand biedt, met het vierkant van den afftand aanwast; en dus eene mast, die, bij voorbeeld, eens zoo hoog is, viermaal fterker breekkracht zal moeten kunnen doorftaan.

Bij fchepen, volkomen, ook ten aanzien van de hoogte der masten en het tuigwerk, gelijkvormig, is $\frac{y}{x}$ dezelfde grootheid, doch l de hoogte van het bovenpunt $= \frac{4m}{3O} \int y^2 dx$ vermeerdert als de afmeting, en dus ll als het vierkant derzelve.

De fchommeling, door het botfen der zee of hooge golven veroorzaakt, zoo wel als den tegenftand van het water, die de kracht der fchommelingen vermindert, doch van eene andere zijde weder gevaarlijker maakt, gaan wij, benevens de hoogere theorie van dit geheele onderwerp, voorbij: men zie over dezelve het *Examen Maritime*, Tom. II.

DERDE AFDEELING.

EERSTE HOOFDSTUK.

OVER DE BEREKENING VAN DEN TEGENSTAND EN DE BOTSING DES WATERS.

§. 65.

Tot hiertoe beschouwden wij het schip in rust, of alleen om eene as, die door het zwaartepunt gaat, bewogen, waarbij hetzelve dus van plaats niet veranderde; wij bepaalden de vereischten bij verschillende afmetingen van het schip te dezen opzigte in acht te nemen; nu gaan wij over om den voortgang en het bestuur van het schip te onderzoeken, en hieruit alle zoodanige bepalingen afteleiden, welke ons derzelver theorie aan de hand geeft.

Het schip, rondom van het water geperst, kan geene voortgaande beweging erlangen, ten zij er eene kracht zij, waardoor het water, naar den kant werwaarts men den koers rigt, worde weggeperst, welke kracht den weêrstand des waters moet kunnen overwinnen. Den tegenstand dan, zoo als die op het schip werkt, te kennen, en voor verschillende schepen naauwkeurig te berekenen, is de grondslag der geheele theorie van den bouw, en het daarvan afhangend bestuur der schepen.

Hoe groot is de weêrstand des waters tegen eene oppervlakte, die met eene zekere snelheid en in eene bepaalde rigting bewogen wordt?

Van

Van de beantwoording dezer vrage hangt de geheele theorie af, zonder haar is alles onbeſtemd; hoe toch kan men de kracht, die er vereischt wordt om den tegenſtand van het water te overwinnen, hoe derzelver invloed op de beweging, en haare wijziging bij ſchepen van onderſcheidene grootte en gedaante berekenen, voor en aleer men deze vraag voldoende heeft beantwoord? Zij is de grondſlag der ganſche *Hydrodynamica*, of dier wetenſchap, waardoor men de kracht des waters berekent, en na hare oplosſing zijn alle mogelijke voorſtellen, die omtrent de beweegkracht en den tegenſtand des waters kunnen gedaan worden, door wiskundige ontwikkeling alleen en geheel oplosbaar; geen wonder dan ook dat Wis- en Natuurkundigen alle vlijt aanwendden, om dit gewigtig ſtuk met alle juistheid der waarneming en wiskunde opteloſſen.

Hoe eenvoudig dit vraagſtuk intusſchen ſchijnen moge, hoe gemakkelijk ook door proefnemingen te bepalen, het is niettemin eene der moeijelijkſte in de geheele toegepaste wiskunde, terwijl ook door het vernuft en den arbeid van zoo velen der voornaamſte Wis- en Natuurkundigen de zaak op verre na niet buiten tegenſpraak beſlist is. Ja, hoe vreemd het ook ſchijnen moge, het wiskundig vernuft bepaalt den loop der planeten oneindig juister, dan het voor als nog de kracht die er vereischt wordt om het kleinſte bootje in het water te doen voortgaan, kan berekenen.

De reden dier onzekerheid is in den aard der zake zelve gelegen: niet als of wiskundige waarheden eenigen tegenſpraak lijden moesten, 't geen, zoo lang er waarheid voor den mensch beſtaat, onmogelijk is, maar doordien de toepasſing van wiskundige beginſelen op de vloeiſtoffen zoo zeer ingewikkeld is. Proeven en ondervinding kunnen ons wel den weêrſtand eener vloeiſtof tegen eene zekere oppervlakte doen kennen, maar wat baat ons dit, zoo men hieruit geen beſluit kan maken nopens den tegenſtand op andere oppervlakten, of die in eene andere rigting tegen de vloeiſtof bewogen worden? Wat helpen ons alle waarnemingen der natuurverſchijnſelen, uit welken wij geenerhande wet ter verklaring van andere ſoortgelijke kunnen maken? Zij zijn voor de wetenſchap ten eenenmaal onnut, zoo lang het vernuft den regel niet ontdekt, naar welken zij ter verklaring van dergelijke verfchijnfelen mogen gebruikt worden; te vergeefs beijvert zich dan de bloote proefnemer in het opeenftapelen van waarnemingen, die als eene onbruikbare fchat geene waarde hebben, ten zij het wiskundig vernuft ons de vaste wetten ontdekt, die de fleutel zijn van duizende met haar verbondene natuurverfchijnfelen.

§. 66.

Geene wiskundige waarheid is op eenig natuurverfchijnfel toepasfelijk, dan naar eene aangenomene onderftelling: hoe gemakkelijker en baarblijkelijker die onderftelling zij, des te vollediger is ook de toepasfing der wiskunde op dat gedeelte der Natuur; zoo neemt de Starrekundige ter verklaring van den loop der planeten eene kracht aan, welke hem, onder alle mogelijke krachten die de theorie der beweegkunde oplevert, het naast met de beweging der hemelfche ligchamen fchijnt overeentekomen, en berekent naar deze alle de verfchijnfelen. In de Gezigtskunde, houdt men den lichtftraal voor eene wiskundige lijn, en vindt daar uit de lichtverfchijnfelen naar hare breking of terugkaatfing. Even zoo moet men in de Waterloopkunde iets aangaande de natuur des waters bij onderftelling aannemen, zal men het verfchijnfel der botfing of van den weêrftand des waters wiskundig, dat is, verftandelijk, juist mogen verklaren.

Men verbeeldt zich het water als zamengefteld uit een onbepaalbaar aantal deeltjes, die, bij de botfing alle evenwijdig aan elkander, met eene zekere kracht, naar mate hunner fnelheid, op de oppervlakte botfen, of die bij den tegenftand door elk punt der bewogene oppervlakte moeten tegengewerkt worden. Op dit eenvoudig beginfel berust de theorie der *Hydrodynamica*, welker grondbeginfelen wij hier kortelijk, in beantwoording der voorgeftelde vrage, zullen opgeven.

§. 67.

Het water tegen een ftilftaand vlak regtftandig aanbotfende, moet dit vlak noodzazakelijk trachten voorttestooten of in zijne beweging medenemen, daar elk waterdeeltje eene zekere snelheid heeft, en dus eene kracht uitoefent op het deeltje van het ligchaam waartegen het aanbotst: biedt het ligchaam volkomen tegenstand, dan hangt de botsingskracht van elk waterdeeltje ook alleen van zijne snelheid af. Indien dit zelfde vlak in een stilstaand water bewogen wordt, dan oefent elk deeltje van het vlak eene kracht uit op een elk waterdeeltje, die weder alleen en geheel van de snelheid van het vlak afhangt; dus is *de tegenstand die een vlak in eene vloeistof lijdt, het zelfde met de botsing dier vloeistof op dezelfde oppervlakte:* dat is, tegenstand en botsing zijn bij gelijke snelheden en oppervlakten even groot.

Hieruit volgt, dat zoo twee verschillende vlakken met dezelfde snelheid in eene vloeistof bewogen worden, de tegenstand, die natuurlijk hier alleen van het aantal der deeltjes die tegen het water bewogen worden, en dus van de grootte der oppervlakte afhangt, zijn zal in de reden dier oppervlakten zelve. Indien twee vlakken met verschillende snelheid bewogen worden, of het water op hen met verschillende snelheid aanbotst, dan zal de botsing afhangen van de hoeveelheid waters die op elk der vlakken botst, en van de snelheid zelve waarmede het water zich beweegt: de hoeveelheid des botsenden waters, is niets anders dan de som der waterdeeltjes die in eenen zekeren tijd op het vlak botsen, hoe grooter nu de snelheid van het water is, des te grooter is ook deze hoeveelheid, zoo dat S de oppervlakte, en V de snelheid zijnde, de hoeveelheid van het botsend water evenredig is met $S \times V$; daar nu de botsing in de zamengestelde reden dier hoeveelheid en der snelheid zelve is, is zij ook evenredig met $S \times V \times V$ of $S V^2$, dat is, met de oppervlakten en het vierkant der snelheid; zoo nu T de tegenstand voor het vlak S, met eene snelheid V bewogen, en t, s, v tot een ander vlak en andere snelheid behooren, is $T : t = S V^2 : s v^2$.

Indien het bewogene of gebotste vlak niet regtstandig staat op de rigting waarin het door de vloeistof bewogen wordt, of deze op hetzelve aanbotst, bij voorbeeld, zoo het onder een' hoek, dien wij Θ noemen, van die rigting afwijkt, dan is de snelheid van het vlak of die van het water in de rigting loodregt op het vlak $V \sin. \Theta$,

 en

en dus Θ' den hoek voor het vlak s noemende, $T : t = S V^2 \text{fin.} \Theta^2 : s v^2 \text{fin.} \Theta'^2$ voor den tegenſtand, die regt op het vlak werkt; doch de tegenſtand in de rigting der beweging, zal $S V^2 \text{fin.} \Theta^3$ en $T : t = S V^2 \text{fin.} \Theta^3 : s v^2 \text{fin.} \Theta'^3$.

Hieruit nu laat zich de voorgeſtelde vraag, naar de theorie, dus beantwoorden: *De tegenſtand eener vloeiſtof regtſtandig tegen twee of meer oppervlakten, is in de zamengeſtelde reden dier oppervlakten, van de vierkanten der ſnelheid, en die van den ſinus van den hoek die het vlak met de rigting der beweging maakt. Doch de ſchuinſche tegenſtand is in de reden van den teerling van dien ſinus.*

§. 68.

Deze regel is door bijna alle Wiskundigen als ontwijfelbaar aangenomen, en leidt, naar het gemeen gevoelen, geene uitzondering, doch dient ſlechts om de betrekkelijke grootte van den tegenſtand te bepalen, terwijl men uit dezelve, niets aangaande derzelver volſtrekte kracht kan afleiden; van hier dan ook is het, dat de Wiskundigen, hoewel men het onderling over dezen regel eens is, in de bepaling der volſtrekte kracht van botſing of tegenſtand zeer verſchillen, terwijl een aantal juiste proefnemingen het eerſte tevens, zoo als wij nader zien zullen, vrij zeker beſlist, zonder dat hieruit voor het andere (den volſtrekten tegenſtand) iets ſtelligs kan worden afgeleid. Welke is dan de volſtrekte kracht of weerſtand van het water tegen eene oppervlakte?

Men kan deze kracht niet anders dan door een zeker gewigt uitdrukken. Daar zij nu van de uitgebreidheid der oppervlakte moet afhangen, verkoos men voor deze uitdrukking het gewigt van een parallelepipedum der vloeiſtof, wiens grondvlak even groot is als het bewogen vlak (dat hier regtlijnig gehouden wordt). Maar welke moet nu de hoogte van dit parallelepipedum zijn? — 't Is blijkbaar, dat zij van de ſnelheid der beweging moet afhangen, daar, bij vermeerderde ſnelheid, de tegenſtand, en dus ook het waterparallelepipedum, grooter wordt, en omgekeerd. Naar §. 67 is, bij gelijke vlakken of $S = s$ zijnde, de tegenſtand als het vierkant der ſnelheid

heid; daar nu de inhoud van het parallelepipedum, wiens basis onveranderlijk blijft, den tegenstand moet uitdrukken, zal ook de hoogte van dit ligchaam evenredig met het vierkant der snelheid zijn; de tegenstand is dus gelijk aan het gewigt van een parallelepipedum der vloeistof, wiens basis het vlak, en wiens hoogte evenredig met het vierkant der snelheid is; zoo verre komen insgelijks alle Wiskundigen overeen, maar nu moet nog de volstrekte grootte dezer hoogte, of (indien $a v^2 =$ deze hoogte voorstelt) den coëfficient a gevonden worden: hier gaan nu de gevoelens uit elkander, sommige stellen die hoogte gelijk aan de hoogte van welke een ligchaam, wiens snelheid v is, gevallen zij; andere nemen het dubbel dezer hoogte; zonder mij hier in de ontwikkeling van scherpzinnige redeneringen en theorien intelaten, zal ik alleen iets over het verband, hetwelk er tusschen de snelheid bij de botsing of den tegenstand, en de valhoogte der ligchamen is, aanmerken.

§. 69.

Men vergelijke de snelheid, waarmede de vloeistof of het ligchaam bewogen wordt, met die welke dezelfde vloeistof heeft als zij door eene opening uit een vat loopt, men weet dat het vierkant dezer snelheid evenredig is met de diepte der opening beneden de oppervlakte des waters in het vat: zie BOSSUT *Hydrod.* Tom. II. §. 495 en anderen. Indien dan v de snelheid, x de diepte of hoogte, en n een zeker onveranderlijk getal zij, heeft men $v^2 = n x$; men mag steeds de snelheid v aanmerken, als behoorende tot de hoogte $x = \frac{v^2}{n}$, en dus de kracht der botsing of van den tegenstand uitdrukken door het waterparallelepipedum, wiens hoogte x of $\frac{v^2}{n}$ is.

Om den volstrekten tegenstand te bepalen moet n gevonden worden; bij de vallende ligchamen, is, zoo als bekend is, $n = 4 \times 16, 64$ Engelsche voeten, doch bij het water heeft men in ons geval andere waardijen van n gevonden, die wel van bijzondere omstandigheden bij den uitloop afhangen, doch inderdaad eene standvastige grootheid, bij de verschillende waardijen van v, opleveren. Men onderstelle dan deze grootheden als bekend, dan blijft de vraag: is de tegenstand gelijk aan het parallelepipipedum, wiens basis de oppervlakte en hoogte x zij, of heeft men het dubbel $2x$ voor deze hoogte te nemen?

Theoretisch en van voren schijnt men het dubbel der hoogte te moeten nemen; trouwens de snelheid van het vallend ligchaam, na eene ruimte x doorloopen te hebben, is die, waarmede het zelfde ligchaam eene nog eens zoo groote ruimte of $2x$ zoude doorloopen, indien het met eene eenparige beweging voortging; derhalve geeft de snelheid v bij de eenparige beweging eenen afstand $2x$; dit is dan ook de ruimte, door het water of het vlak doorloopen, tot de snelheid v behoorende; en dus, zoo s de oppervlakte, v de snelheid is, moet de tegenstand $= \frac{2sv^2}{n}$ zijn.

Proeven in een eng kanaal genomen stemmen hiermede in, en volgens de nieuwste waarnemingen der Waterloopkundigen, is de tegenstand in eenen onbegrensden waterplas, slechts de helft van dien in een eng kanaal. Zie EYTELWEIN's *Handbuch*, §. 170 enz.

§. 70.

Onder de veelvuldige proeven, door welken de Wis- Natuurkundigen den tegenstand trachtten te bepalen, zijn er geene vollediger, en zoo het schijnt juister, mij bekend, dan die op last der Academie te Parys, door de Heeren BOSSUT, CONDORCET, en D'ALEMBERT in den jare 1775 gedaan zijn, welker opgave men vindt in de *Hydrod.* van BOSSUT Tom. II, en in een afzonderlijk stukje door den zelfden Heer in 1777 uitgegeven.

In het midden van een' vijver of kanaal ruim honderd voeten lang, drie en vijftig wijd, en zes en een half diep, liet men verschillende ligchamen van bepaalde grootte en gedaante, met verschillende snelheid, in het water bewegen. Men had hiertoe eene mast van 76 voeten aan den eenen kant des vijvers in 't midden der breedte opgerigt, aan wier boven en beneden einde twee koperen katrollen waren, om welke een zijden koord ging, welks eene einde aan het bewogene ligchaam was vastgemaakt, terwijl aan het ander einde een gewigt hing, hetwelk

los-

losgelaten, het ligchaam door het water deet voortgaan; op zestien voeten, gerekend van de andere zijde des vijvers, waren aan weerskanten twee paaltjes, op zes en zestig voeten nog twee andere dergelijke paaltjes, en dus op vijftig voet van elkander opgerigt. Nu bragt men het ſchuitje aan het einde van den vijver tegen over den paal, en liet het gewigt los; een waarnemer, aan de eerſte paaltjes geplaatst, nam het oogenblik waar waarop het ſchuitje door dezelve doorging, een ander waarnemer, dat, waarop het tusſchen de andere paaltjes was; hierdoor wist men nu den tijd waarin het ſchuitje juist vijftig voeten had afgeloopen; de reden waarom men de eerſte paaltjes op 16 voet van den rand des vijvers plaatſte, en dus de waarneming eerst begon na dat het ſchuitje bijna 16 voeten had afgeloopen, was, dat de beweging na die ruimte eerst eenparig wordt; daar nu de vijftig voeten met eenparige beweging doorloopen werden, kon men uit den waargenomen tijd de ſnelheid opmaken, welke, bij eenparige beweging, voor gelijke ruimte in de omgekeerde reden met den tijd is.

§. 71.

Uit vergelijking van de tijden, in welke dezelfde ſchuitjes, door verſchillende gewigten bewogen, die ruimte van 50 voeten doorliepen, kan men de reden van den weêrſtand en ſnelheid in dezer voege vinden. v zij de ſnelheid, P het gewigt, R de tegenſtand, x de doorloopene ruimte, A de masſa die verplaatst moet worden, en S de valhoogte in een ſecunde, dan is, naar beweegkundige gronden, $v\,dv = 2g.\left(\frac{P-R}{A}\right)dx.$

Men neme nu de onderſtelling aan, dat bij gelijke oppervlakte de tegenſtand is als het vierkant der ſnelheid, dan is $R = \alpha vv$, waar α eene onveranderlijke grootheid is van den aard der vloeiſtof afhangende; men heeft dus $v\,dv = 2g\left(\frac{P-\alpha vv}{A}\right)dx$ en $\int\frac{v\,dv}{P-\alpha vv} = \frac{2gx}{A} + C$, 't welk integrerende, komt $-\frac{1}{2\alpha}\log.\left(1-\left(\frac{\alpha vv}{P}\right)\right) = \frac{2gx}{A} + C$, maar zoo $x = 0$ is bij den aanvang der beweging, is ook $v = 0$,

K dus

dus hieruit $C=0$, en $1-\left(\frac{\alpha vv}{P}\right)=e^{-\frac{4g x\alpha}{A}}$ en $vv=\frac{P}{\alpha}\left(1-\frac{1}{e^{\frac{4g\alpha x}{A}}}\right)$, waar e de basis der Hyperb. logarithmen is.

Bij den aanvang der beweging $x=0$ zijnde, is ook $vv=0$ daar $e^0=1$ en na eene oneindig groote afgeloopen ruimte of $x=\infty$ zijnde, is $e^{\infty}=\infty$ en $\frac{1}{\infty}=0$ zijnde $vv=\frac{P}{\alpha}$; derhalve is $\sqrt{\frac{P}{\alpha}}$ de limiet der snelheid.

Om nu te doen zien hoe spoedig de snelheid tot deze waardij aanwast, zal ik een voorbeeld hier berekenen. Men stelle hier $R=\alpha v^2=\frac{psv^2}{4g}$ waar s de oppervlakte, p het gewigt van een cub. voet waters en $4g=64$ is, heeft men dan $\alpha=\frac{ps}{4g}=s$ na genoeg, en $e^{\frac{4g\alpha x}{A}}=e^{\frac{64sx}{A}}$; stelt men nu, bij voorbeeld, $P=24$℔ bijna $=A$ en $s=1$, welke grootheden uit de proeven van BOSSUT ontleend zijn, dan is $e^{\frac{64sx}{A}}=e^{2,666..x}$, als het schuitje dan 8 voet heeft doorgeloopen zal de snelheid $V=\sqrt{\frac{P}{\alpha}\left(1-\frac{1}{e^{21,333}}\right)}$ zijn; maar $e=2,71828.$ — en $\frac{1}{e^{21,333}}=0,0000000006$ zijnde dus $V=\sqrt{\frac{9999999994}{10000000000}\left(\frac{P}{\alpha}\right)}$, 't welk onmerkbaar van $\sqrt{\frac{P}{\alpha}}$ verschilt.

Indien men de bewogene massa A grooter dan P stelt, uit aanmerking dat het schuitje eene hoeveelheid waters in beweging moet brengen, zal $e^{\frac{4g\alpha x}{A}}$ wel kleiner worden, doch altijd groot genoeg zijn, om, na dat het schuitje 16 voeten heeft afgeloopen, de beweging eenparig te mogen houden: men stelle, bij voorbeeld, die bewogene massa $=80$℔, dat is, grooter dan de cubiq. oppervlakte die bewogen wordt, dan is $v^2=P\left(1-\frac{1}{e^{\frac{4}{5}x}}\right)$ en voor $x=16$ voeten, $v=0,9999997\sqrt{\frac{P}{\alpha}}$ 't welk insgelijks nog onmerkbaar van $\sqrt{\frac{P}{\alpha}}$ verschilt; daar dus de snelheid na 16 voeten niet merkbaar meer veranderen kan, mag de volgende beweging voor volkomen eenparig gehouden worden.

§. 72

§. 72.

De wijze van proefneming der Academisten is tevens zeer geschikt om de reden tusschen de snelheid en den tegenstand uit te vinden. Men onderstelle, bij voorbeeld, den tegenstand eenvoudig als de snelheid, of $R = \alpha v$, dan moet zijn $v dv = 2g\left(\frac{P - \alpha v}{A}\right)dx$ of $\int \frac{v\,dv}{P - \alpha v} = \frac{2gx}{A} + C$, 't welk integrerende, wordt $v = \frac{P}{\alpha}\left(1 - \frac{1}{e^{\left(\frac{2g\alpha\alpha x}{AP} + \frac{\alpha v}{P}\right)}}\right)$ welke waardij x oneindig groot zijnde $= \frac{P}{\alpha}$ wordt; doch het ligchaam moet eenen langeren weg afleggen eer de snelheid deze limiet naderende, eenparig kan gehouden worden.

Voorts blijkt uit de gevonden waardijen van v, dat de snelheid bij grootere oppervlakten veel spoediger eenparig wordt, dan bij kleineren; men onderstelle in 't gemeen den tegenstand $R = \alpha v^n$, dan zal de eenparige snelheid zijn $\sqrt[n]{\frac{P}{\alpha}}$.

§. 73.

Uit eene groote menigte van proeven door de Academisten gedaan, blijkt het, dat de gewigten waarmede de schuitjes bewogen werden, ongeveer en altijd bij gelijke oppervlakte zijn als het vierkant der tijden omgekeerd, en dus regtstreeks als het vierkant der snelheden; nu is §. 71 bewezen, dat indien de gewigten deze reden tot elkander hebben, de tegenstand als dan evenredig met het vierkant der snelheid zijn moet, waarom dan ook deze reden, als eene door proeven gestaafde natuurwet, door hun werdt vastgesteld. — Dergelijke proeven zijn ook op last der Londonsche Societeit ter verbetering der scheepsbouwkunde, genomen, en vervat in een werk getijteld: *Raport of the Committé appointed to manage the experiments of the Society for the improvement of Naval Architecture.* Lond. 1794.; derzelver resultaat komt ten aanzien der reden tusschen den tegenstand tegen regtlijnige oppervlakten en de snelheid met de Fransche proeven overeen, schoon volgens de beide proefnemingen, bij snelheden grooter dan 2 of 3 voet in het secunde, die reden eenigzins grooter schijnt;

 doch

doch daar de proeven door anderen nopens de botsing genomen, bij grootere snelheden eene kleinere dan de vierkante reden geven, schijnt deze vermeerdering aan de wrijving van het water toeteschrijven, die bij grootere snelheid ook sterker zijn moet.

Uit dezelfde proeven leidden de Fransche Academisten insgelijks het bewijs af, dat, naar de theorie, de tegenstand de reden der oppervlakte volgen moet.

§. 74.

De theorie der betrekkelijke grootheid van den tegenstand, naar welke deze zich als het vierkant der snelheid, en als de oppervlakte verhouden moest, schijnt dus door de ondervinding volkomen bevestigd te worden; doch dat de tegenstand, bij verschillende helling der vlakken, tot de rigting der beweging het vierkant van den sinus dier helling volgen zou, zoo als de theorie vorderde, zulks bevestigden de Fransche proefnemingen niet, maar zij weken veelëer aanmerkelijk hier van af. — Om deze zaak dan opzettelijk te onderzoeken en de wet van den tegenstand op schuinsche vlakken te ontdekken, deden dezelve Heeren op nieuw eene reeks van proeven: men zie BOSSUT *Tom.* II. en de schriften §. 69 aangehaald: hare resultaten bevreemdden den Wiskundigen niet weinig, daar geene theoretische wet, hoegenaamd, nopens het verband van den hoek van invalling en den tegenstand uit dezelve, met gegrondheid scheen te kunnen worden afgeleid, en de in de theorie bewezene reden van het vierkant van den sinus zoo aanmerkelijk van de ondervinding verschilt, dat bij eene helling van het vlak van 66°, de tegenstand naar de theorie meer dan de helft, en bij eene helling van 84°, meer dan zes en dertig malen kleiner is dan naar de proeven. De Academisten konden uit hunne waarnemingen slechts eene empyrische equatie maken, wier resultaten alleen voor eene grootere helling voldoende zijn, doch welke equatie zelve uit den aard der beweging in eene vloeistof op geenerhande wijze kan afgeleid worden.

Volgens deze equatie is de tegenstand op een regtlijnig vlak (indien x de hoek is, is, welke de perpendiculair op de rigting der beweging met het vlak maakt) $= 10000\ \overline{\mathrm{Cos.}\ x}^2 + 1{,}051 \left(\frac{x}{6}\right)^{\frac{3{\cdot}5}{100}}$, den regtſtandigen tegenſtand, waar $x = 0$, 10000 ſtellende.

Deze equatie is, zoo als uit de tafel blijkt, vrij naauwkeurig tot op den hoek $x = 72^\circ$, doch wijkt voor grootere hoeken aanmerkelijk af, men kan dezelve dus nimmer als eene algemeene formule gebruiken. De Heer EYTELWEIN geeft in zijn *Handbuch* §. 175, de Equatie $4000 + 10000\ \mathrm{Cos.}\ x^2 - 4000\ \mathrm{Cos.}\ x$; de tegenſtand, naar dezelve berekend, is, voor hoeken grooter dan 74°, veel naauwkeuriger dan de vorige, doch voor kleinere waardijen van x verſchilt zij veel meer van 't geen de proeven geven.

Door conſtructie der lijn van den tegenſtand, naar de waarnemingen, vond ik eene zeer eenvoudige equatie, naar welke de tegenſtand van eene helling van 84 tot 12 graden, of van x, 12° tot x, 84° nimmer een dertigſte gedeelte van de proeven afwijkt; zij behoort tot eene regte lijn, en geeft den tegenſtand $= 11396 - 7778\ \mathrm{ſin.}\ x$.

§. 75.

Tegenstand op hellende vlakken, naar verschillende onderstellingen, den regtstandigen tegenstand gesteld = 10000

x	Naar de Proeve	Naar BOSS. Formule	Verf.	Naar EYTELW. Formule	Verf.	Naar de reden Cos. x^2	Verf.	Naar de Eenvoud. Formule	Verf.	Naar de reden Cos. x	Verf.
0°	10000	10000	—0	10000	+0	10000	—0	....	..	10000	+0
6°	9893	9891	2	9912	19	9890	3	....	..	9945	52
12°	9578	9577	1	9655	77	9568	10	9679	+101	9781	203
18°	9084	9081	3	9241	157	9045	39	8992	—92	9510	426
24°	8446	8438	8	8710	264	8346	100	8233	213	9135	689
30	7710	7692	18	8036	326	7500	210	7507	203	8660	950
36°	6925	6898	27	7309	384	6545	380	6824	101	8090	1165
42°	6148	6109	39	6550	402	5523	625	6192	+44	7431	1283
48°	5433	5383	50	5801	368	4478	955	5616	183	6691	1258
54°	4800	4782	18	5104	304	3455	1345	5103	303	5877	1077
60°	4404	4464	+60	4500	96	2500	1904	4660	256	5000	596
66°	4240	4202	—40	4027	-213	1654	2586	4290	50	4069	—171
72°	4142	4335	+193	3719	423	955	3187	3999	—143	3090	1052
78°	4063	4817	754	3600	463	432	3631	3788	275	2079	1984
84°	3999	5114	1115	3691	308	109	3890	3664	335	1045	2954

De

De eerste colom is de hoek die de perpendiculair op de rigting maakt met het vlak; de tweede de tegenstand naar BOSSUT's berekening uit de proeven; de derde het verschil; de vierde de tegenstand naar EYTELWEIN's formule; de vijfde het verschil met de proeven; de zesde naar de theorie in onderstelling der vierk. reden; de zevende het verschil; de achtste naar de eenvoudige formule; de tiende het verschil; de elfde naar den enkelen Cosinus; de twaalfde het verschil met de proeven.

Uit deze tafel blijkt, dat de tegenstand, naar de proeven der Academisten, altijd grooter is dan die welke men uit de vierkante reden van Cos. x verkrijgt, en dat dit verschil doorgaans grooter wordt; hoewel men dan ook op de juistheid der berekening van den tegenstand, uit de proeven door de Academisten gegeven, eenige aanmerking mogt kunnen maken, is nogtans het doorgaand verschil zoo groot, dat men den theoretischen tegenstand, als onbruikbaar, geheel schijnt te moeten afkeuren.

Van de empyrische equatien komt die van BOSSUT, buiten twijfel, het naast aan den door ondervinding gevondenen tegenstand, doch geene derzelve is voor alle hoeken naauwkeurig genoeg om als algemeene formule te kunnen gebruikt worden; voor bijzondere gevallen is mogelijk de eenvoudige formule om hare gemakkelijkheid verkieslijk, terwijl de equatie van EYTELWEIN, waarin de verschillen het minst van elkander verscheiden zijn, en om hare meer algebraische form, eenige voorkeur schijnt te verdienen. De twee laatste colommen doen zien, dat de tegenstand, in onderstelling van de enkele reden der Cosinus, niet minder afwijkt, daar, 't geen aanmerkelijk is, zij tot $x = 60°$ grooter, doch vervolgens kleiner wordt dan de uit de proeven berekende tegenstand.

§. 76.

Daar de wet van den tegenstand eener vloeistof tegen eene oppervlakte, die niet regtstandig op de rigting der beweging tegen die vloeistof aanbotst, theoretisch ten minste, ten eenenmaal onbekend moet gehouden worden, schijnt het in den tegenwoordidigen ſtaat onzer kundigheden ook onmogelijk den tegenſtand op gebogene oppervlakten, of de vlakte die den minſten tegenſtand leidt, theoretisch te kunnen bepalen. Welke fraaije theorien het wiskundig vernuft hier over ook moge uitvinden, geene derzelve, als op de onderſtelling, dat de tegenſtand als het vierkant der Coſinus x zich verhouden moest, gebouwd, kunnen in de practijk bruikbaar zijn, daar de ondervinding den regel die haar ten grondſlag dient tegenſpreekt. Doch, 't geen boven alles te bejammeren is, ook de fraaiſte waterloopkundige berekeningen, en 't geen in de theorie der ſcheepsbewegingen op deze onderſtelling gebouwd is, ſchijnen hierdoor allen aanſpraak op waarheid en bruikbaarheid te verliezen. Sints eenen geruimen tijd beklaagden zich de Wis- en Natuurkundigen over de ontoereikendheid van de theorie der waterloopkunde, en deszelfs groot verſchil met het geen de ondervinding leert; behalve de reeds genoemde Franſche Academisten, ſtemden KAESTNER, LANGSDORFF, WOLTMANN, en andere voorname mannen hierin overeen, en zochten door nieuwe onderſtellingen of empyriſche equatien in de practiſche behoeften te voldoen; — nergens, intusſchen, was de onjuistheid der aangenomene theorie duidelijker dan in hare toepasſing op de bewegingen van een ſchip. DON GEORGES JUAN, een Spaansch Scheepsbevelhebber, die eene uitgeſtrekte kennis der hoogere Geometrie, een juist oordeel en vlugge genie, met eene langdurige ondervinding op zee in zich vereenigde, vond een verbazend groot verſchil tusſchen de reſultaten der theorien van EULER, BOUGUER en anderen, en het geen men dagelijks op ſchepen waarnemen kon; diep doordrongen van hoogachting voor die groote mannen, wier gezag hij in dit vak meende te moeten in twijfel trekken, herhaalde hij vaak alle berekeningen en proeven, doch vond ſteeds het aanmerkelijkst verſchil; er bleef dan bij hem geen twijfel overig, of de grondſlag waarop het geheel gebouw der Hydrodynamica tot nu toe berustte moest kwalijk gelegd zijn, niet ſlechts de volſtrekte, maar ook de betrekkelijke grootte van den tegenſtand moesten in dezelve onnaauwkeurig zijn; alles nagedacht hebbende, meende hij eindelijk den eerſten grond van den misſlag gevonden te hebben, daarin, dat

men

men in de meest fundamentele equatien, eene allergewigtigste bepaling geheel uit het oog verloren had; ik zal hier 's mans eigene woorden afschrijven: „ J'ai trou- „ vé que l'action, exercée par l'eau courante contre une surface, est non seulement „ quatre fois, mais même huit fois plus grande que l'assigne M. MARIOTTE" (naar de theorie die algemeen aangenomen werd): „ ceci ne paroitra pas etonnant „ si on considère, que l'action du fluide depend non seulement de la grandeur de la „ surface choquée, comme on a cru communément jusqu'ici, mais aussi de la pro- „ fondeur à la quelle elle est submergée dans le fluide, en sorte qu'un parallelogram- „ me rectangle eprouvera beaucoup moins de resistance, ayant son coté plus grand „ horizontal, que lorsque cette coté est vertical; c'est une observation très impor- „ tante pour la Marine, & qui jusqu'à present ne s'est offert à personne, quoique „ elle soit d'une consequence immediate de la gravitation" (*Examen marit. disc. prel. p.* 18.)

De tegenstand op eene in 't water bewogene vlakte, is dan, naar D. JUAN, zoo wel het gevolg der diepte waarop die vlakte onder water ligt, als van de snelheid waarmede zij bewogen wordt, en men behoorde zoo wel het een als het ander in rekening te brengen.

Het groot verschil der theorie van D. JUAN met de algemeen aangenomene is tweeledig: vooreerst, D. JUAN houdt, de hydrostatische werking des waters met de hydraulische vereenigende, den tegenstand eene functie, zoowel der diepte als der snelheid; ten andere moet, naar zijne meening, niet slechts den tegenstand op het vlak, maar ook dien achter het vlak in acht genomen worden, en de ware tegenstand is alleen uit beider verschil optemaken.

§. 77.

D. JUAN neemt met de meeste Waterloopkundigen aan, dat men den tegenstand tegen eene regtlijnige vlakte, in eene onbegrensde vloeistof bewogen, gelijk moet stellen aan de tegenstand biedende vlakte zelve, vermenigvuldigd met de hoogte, welke tot de snelheid behoort; doch deze snelheid is, naar zijne meening, niet bloot de snelheid waarmede het vlak bewogen wordt, maar zij wordt vermeerderd door eene snelheid, die uit de drukking der vloeistof tegen het vlak ontstaat. Men weet toch uit de waterloopkunde, dat elk waterdeeltje, 't welk tegen een regtstandig vlak staat, dit vlak met eene kracht perst die evenredig is aan den wortel der diepte van het waterdeeltje onder den waterspiegel, dus, deze diepte a zijnde, evenredig met $\sqrt{a}$; tot deze drukkracht der vloeistof behoort eene snelheid c, zoo dat $c = \sqrt{4ga}$ is: indien dan het waterdeeltje eene vrije beweging had, zoude het met deze snelheid zijdelings of horizontaal uitwijken; doch daar deze beweging door het vlak, waar tegen het waterdeeltje perst, verhindert wordt, leidt ook dit deeltje eene perskracht, wier snelheid $= \sqrt{4g.a}$ zijn zoude, indien het zich vrijelijk bewegen konde; maar hierin nu gehinderd zijnde, zal zich, naar D. JUAN, deze snelheid; bij die waarmede het vlak bewogen wordt, moeten voegen, en dus, zoo deze snelheid v gesteld wordt, de snelheid zijn $\sqrt{4ga} + v$, dus ook de hoogte tot deze snelheid behoorende $\frac{[\sqrt{4ga} + v]^2}{4g}$ (*); zoo s een punct, of zeer klein gedeelte van het

(*) De snelheid, welke tot de hoogte in elk punt, ter diepte a onder de waterlijn liggende behoort, is evenredig met den wortel der hoogte $\sqrt{a}$; van hier, dat men dezelve door de ordinate eener parabola voorstelt, wier abscisse de hoogte a is; de som der snelheden, of de snelheid uit de persing op de geheele lijn a ontstaan, kan dan ook door het parabolisch vlak, wiens abscisse a is, en wiens ordinate y de snelheid tegen het punt, 't welk ter geheele diepte a onder den waterspiegel ligt, voorstelt, worden uitgedrukt; daar nu de inhoud van dit vlak, twee derde van den geheelen regthoek is, heeft men $\frac{2}{3} a . y$, of $a \times$ met twee derde der snelheid tot de diepte a behoorende, voor de geheele kracht op de verticale lijn a; dus is ook de gemiddelde snelheid van de lijn a, $\frac{2}{3}$ der grootste snelheid; zoo dan ϕ de snelheid is die tot eene hoogte a behoort, en s de oppervlakte, wier hoogte a, breedte x is, heeft men $ms \frac{(\frac{2}{3} \phi + v)^2}{4g}$, voor den tegenstand op het verticale vlak van voren, en $\frac{ms\,(\frac{2}{3} \phi - v)^2}{4g}$ voor dien van achteren, de tweede van de eerste aftrekkende, zal $\frac{8 . ms . \phi . v .}{3 . 4g}$ den tegenstand uitdrukken, welke de regtstandige regthoek s lijden moet, zoo die met eene snelheid ϕ bewogen wordt. Nu is $\phi^2 = 4ga$, of, naar DON JUAN, $= 64a$, dus $\phi = 8\sqrt{a}$, 't welk voor ϕ stellende zal de tegenstand $\frac{ms . v . \sqrt{a}}{3} = \frac{m v x a \sqrt{a}}{3}$ zijn, $s = x a$ zijnde.

het vlak, ter diepte a onder den waterſpiegel liggende, aanduidt, is de tegenſtand op de voorzijde van dit vlak, naar D. JUAN, $ms\frac{[\sqrt{4ga}+v]^2}{4g}$, waar m het gewigt van een' teerling-voet waters is, of (met D. JUAN $g=16$ voeten ſtellende) $ms\frac{[8\sqrt{a}+v]^2}{64}$.

Gelijk nu op de voorzijde van het vlak, de drukking der vloeiſtof regtſtreeks de beweging tegenwerkt, en daarom de ſnelheid die uit dezelve ontſtaat bij die der beweging van het vlak moet gevoegd worden, zoo moet die zelfde drukking, op de achterzijde van het vlak werkende, de beweging bevorderen, en daarom de ſnelheid uit dezelve ontſtaan van die der beweging bij het achtervlak afgetrokken worden; de ſnelheid voor het achtervlak zal dan, naar D. JUAN, $v-8\sqrt{a}$, en de tegenſtand op het achtervlak door $ms\frac{[8\sqrt{a}-v]^2}{64}$ uitgedrukt worden. Daar nu de tegenſtand van achteren regtſtreeks tegen dien van voren gerigt is, zal de volſtrekte tegenſtand die overwonnen moet worden, gelijk aan het verſchil van beide zijn, en dus uitgedrukt worden door $ms\frac{[8\sqrt{a}+v]^2}{64}-ms\frac{[8\sqrt{a}-v]^2}{64}=\frac{msv\sqrt{a}}{2}$ voor ijder punct s, en $\frac{m}{3}vxa\sqrt{a}$ voor den regthoek xa.

§. 78.

Na deze opgave der gronden en fundamentele equatie waarop D. JUAN zijne theorie, van de andere zoo zeer verſchillende, bouwt, zullen wij het een en ander op dezelve aanmerken, zonder ons een beſlisſend oordeel te veroorlooven, maar, daar het ons te doen is aan onze lezeren den tegenwoordigen ſtaat der ſcheepsbouwkunde naar de theorie te doen kennen, getrouw, en, zoo veel wij kunnen, vollediglijk opgeven, zoo wel het geen uit de algemeen aangenomene als uit deze nieuwe beginſelen voor deze wetenſchap volgen moet.

Vooreerst dan, merken wij hier aan, dat D. JUAN de ſnelheid die uit de drukking ontſtaan moest, indien deze vrijelijk werkte, met de dadelijke ſnelheid vereenigt, en het vermogen, hetwelk, indien het niet gehinderd wierd, eene beweging zoude moeten veroorzaken, op dezelfde wijze als eene dadelijke beweging behandelt.

Een ieder die eenigzins bekend is met de moeijelijke en ingewikkelde onderzoekingen, vertoogen en theorien der Natuur-Wiskundigen aangaande kracht en beweging, zal, naar onze meening, eenigzins aarzelen, om den fchranderen D. JUAN zonder verder betoog hierin bij te vallen; het fchijnt wel buiten twijfel te zijn, dat de perskracht van het water (fchoon vóór D. JUAN geene Waterloopkundigen, bij de fundamentele Equatie van den tegenftand, dezelve in aanmerking namen) op dien tegenftand zeer wel invloed hebben kan, maar deze perskracht in alles naar de wetten der vallende ligchamen te befchouwen, en haar als zoodanig met de onmiddellijke bewegingskracht te vereenigen, dit fchijnt inderdaad wat veel gewaagd te zijn.

2°. De tegenftand van achteren $ms\,\frac{[8\sqrt{a}-v]^2}{64}$ kan, ook naar het gevoelen van D. JUAN, niet anders zijn, dan de kracht, waarmede het ligchaam, het water ontwijkende, van achteren, en dit in de rigting der beweging, gedreven wordt. Indien men dus in de formule van den tegenftand §. 77, $v = 0$ ftelt, wordt zij zelve $= 0$, 't geen zijn moet, daar bij het ftilliggend ligchaam de krachten van weêrszijden elkander opwegen, ook wordt dan tevens de tegenftand op de voorzijde het kleinfte, en die op de achterzijde het grootfte, zoo als de aard der zaak vordert. — Indien $8\sqrt{a} = v$ zij, dan wordt de formule voor den tegenftand van achteren nul, er heeft dan geene kracht van achteren plaats, daar het vlak even fpoedig het water ontwijkt als het water hetzelve kan volgen: — maar zoo de fnelheid nog grooter wordt dan $8\sqrt{a}$, moet, naar de formule, de tegenftand van achteren even groot zijn, het zij men de fnelheid v van $8\sqrt{a}$, of deze van v aftrekke, daar $(8\sqrt{a}-v)^2 = (v-8\sqrt{a})^2$.

Deze beide refultaten, die onmiddellijk uit de formule van D. JUAN volgen, fchijnen inderdaad met den aard der zake ongerijmd: hoe toch kan, wat het eerfte aangaat, de tegenftand van achteren, die bij de fnelheid $v = 8\sqrt{a}$ ophoudt, om dat het vlak nu met dezelfde fnelheid als het water voortgaat, weder aanwinnen, indien het vlak nog fneller bewogen wordt en zich dus nog meer aan het water ont-

trekt,

trekt, en, wat het andere betreft, is het volmaakt onbegrijpelijk, hoe, bij eene verſchillende ſnelheid van het vlak, de werking van het water op hetzelve even groot zoude kunnen zijn.

3°. Indien men $s = dxda$ ſtelt, en dan de formule voor den tegenſtand integreert, a de hoogte van het vlak, x de breedte zijnde, is voor dien van voren $\int mx\left(ada + \frac{v.a^{\frac{1}{2}}da}{4} + \frac{v^2da}{64}\right) = mx\left(\frac{a^2}{2} + \frac{v.a^{\frac{3}{2}}}{6} + \frac{v^2a}{64}\right)$, en voor dien van achteren $\int mx\left(ada - \frac{va^{\frac{1}{2}}da}{4} + \frac{v^2da}{64}\right) = mx\left(\frac{a^2}{2} - \frac{v.a^{\frac{3}{2}}}{6} + \frac{v^2a}{64}\right)$, welke van elkanderen afgetrokken, den tegenſtand op den regtſtandigen regthoek ax geven $= \frac{m}{3}xva^{\frac{3}{2}}$, naar de onderſtelling van D. JUAN.

Doch indien de ſchrandere man, in plaats van uit de vereenigde ſnelheid de hoogte afteleiden, de ſnelheid v der beweging, door de haar toekomende hoogte $\frac{v^2}{4g}$, of $\frac{v^2}{64}$ uitgedrukt, die bij de diepte a gevoegd, en vervolgens met deze ſom het differentiaal vlak vermenigvuldigd had, dan zoude de tegenſtand moeten zijn $mdxda\left(a + \frac{v^2}{64}\right) - mdxda\left(a - \frac{v^2}{64}\right)$, 't welk integrerende den tegenſtand geeft $= mx\left(\frac{a^2}{2} + \frac{v^2a}{64}\right) - mx\left(\frac{a^2}{2} - \frac{v^2a}{64}\right) = \frac{m}{32}xv^2a$. — Hoewel nu D. JUAN (*Ex. marit. Tom.* II (644)) zich zeer tegen deze manier om de hoogte uittedrukken verzet, brengt hij nogtans, zoo veel ik weet, geene redenen bij, waarom hij dezelve theoretisch voor onwaar houdt, maar alleen twee proeven door hem gedaan, die ſtrekken moeten om den veel grooteren tegenſtand te bewijzen.

Naar de tot nu toe aangenome theorie is de tegenſtand, zonder de achtervlakte in aanmerking te nemen, $= \int\int \frac{mdxdav^2}{4g} = \frac{mxav^2}{4g}$. De proeven door D. JUAN ter ſtaving zijner theorie gedaan, zoo veel ik uit 's mans ſchriften kan nagaan, bepalen zich tot de twee volgende, die ik zoo getrouw mogelijk hier zal opgeven.

DON JUAN hield of zette (want van de wijze dezer proefnemingen zoekt men te vergeefs eenige beſchrijving) een plankje, welks oppervlakte een voet vierkant was, regtſtandig tegen een' ſtroom wiens ſnelheid twee voeten in het ſecunde was, juist een voet onder water, en bevond dat er een gewigt van vijftien en een half pond noodig was, om het plankje in dien ſtand te houden; naar de aangenomene theorie is het vereischte gewigt $= \frac{m v^2}{4 g}$, m hier 64 ſtellende, ſlechts vier pond: naar D. JUAN is de tegenſtand tegen een zeer dun regthoekig ligchaam of vlak de helft van de gevondene, dus $\frac{m x y a^{\frac{3}{2}}}{6}$, 't welk, $x = a = 1$ zijnde, 21$\frac{1}{3}$ ℔ geeſt. Bij eene tweede proefneming was het zelfde plankje twee voeten onder water, terwijl de ſnelheid van den ſtroom vier derde van een' voet in het ſecunde was; nu bevond D. JUAN een gewigt van zes en twintig en een vierde pond noodig te zijn, om het plankje in dien ſtand te houden, naar de algemeen aangenomene theorie werd er ſlechts 3,54 pond vereischt, naar die van D. JUAN 39$\frac{1}{4}$. D. JUAN haalt twee proeven van MARIOTTE aan, in welke, naar de algemeen aangenome theorie berekend, de gewigten op weinige oncen na met die der theorie overeenkomen, en nu, zonder eenig verder onderzoek of en waarin MARIOTTE zich in zijne proefnemingen mogt vergist hebben, ſtelt hij zijne waarnemingen tegen die van MARIOTTE en laat de beſlisſing aan den lezer over, of liever bouwt alleen op deze waarnemingen (hoewel die gewigten een derde grooter zijn dan zij naar zijne theorie behoorden te wezen) zijne volgende theorie, en ſtelt, waar zulks noodig is, den waren tegenſtand twee derde van dien welken hij door berekening vindt. Wij kunnen ons hier dan ook naauwelijks weërhouden van tegen zulk eene handelwijze iets intebrengen, en moeten, zonder den anderzins zoo naauwkeurigen MARIOTTE, die toch wel eenige wederlegging hier waardig was, te verdedigen, onzen twijfel betuigen tegen proeven zoo als die van D. JUAN, welke, zonder eenige gewagmaking van de wijze waarop zij in 't werk zijn geſteld, opgegeven worden, en voor het overige, wat de proeven aangaat, het gezag van MARIOTTE, tegen dat van D. JUAN laten opwegen, zonder iets uit dezelve te willen beſlisſen.

Daar wij voor ons dus uit de proeve van D. JUAN niet overtuigd zijn van de onwaarheid der uitdrukking van den tegenſtand $\frac{m x}{32} a v v$, die wij uit de formule der hoogte $a \pm \frac{v^2}{64}$, de drukking des waters tevens in aanmerking nemende, afleidden, zien wij de reden ook niet in waarom deze uitdrukking afgekeurd, en de ande-

re

re, door D. JUAN opgegeven, moet gebruikt worden, en dit te meer, daar, naar de eerste, de tegenstand evenredig met het vierkant der snelheid zijn moet, zoo als zoo vele proeven leeren, en 't geen wij nader uit dezelve zullen aantoonen, waar bij komt, dat de volstrekte tegenstand $\frac{m x}{2g} a v v$ juist die is, welke, naar het thans gemeene gevoelen der Waterloopkundigen, de botskracht op eene onbewegelijke vlakte uitdrukt. Zie EYTELWEIN's *handb.* §. 168.

4°. Vele naauwkeurige proeven nopens den tegenstand van het water spreken de theorie van D JUAN, naar welke de tegenstand eenvoudig als de snelheid zich verhouden moest, tegen. Wij zullen hier alleen uit de nieuwste proeven der Fransche en Engelsche Wiskundigen boven gemeld, eenige resultaten opgeven, en uit de veelvuldige proeven der Franschen, die alleen, welke met schuitjes gedaan zijn wier voorsteven een regthoek was, uitkiezen.

§. 79.

Daar bij eenparige beweging de tijden omgekeerd zijn als de snelheden, heeft men, indien P, p de gewigten, T en t de tijden, en n de exponent der snelheid bij den tegenstand is, P : $p = t^n : T^n$, dus $n = \frac{\log. P - \log. p}{\log. t - \log. T}$, waardoor men uit de gewigten en de tijden, waarin gelijke ruimte doorloopen wordt, de exponent n, of de reden tusschen de snelheid en den tegenstand, kan opmaken.

N°. 1.

Proef	P	50 voet. doorl. in	n
1	12 ℔	21″,8	
			2,2
2	16	19″,18	
			2,2
3	20	17″,37	
			2,5
4	24	16″,08	

N°. 9 ter diepte 7 d 10 l.

Proef	P	50 voet. doorl. in	n
39	16 ℔	20″,8	
			2,3
40	20	18″,9	
			2,2
41	24	17″,4	
			3,0
42	30	16″,2	
			2,3
43	36	14″,9	

N. 9

N°. 9 ter diepte 12 d. 5½ l.				N°. 9 ter diepte 15 d. 10 l.			
Proef	P	50 voet. doorl. in	n	Proef	P	50 voet. doorl. in	n
44	16℔	26″	1,8	49	20℔	25″,3	2,2
45	20	23″	2,0	50	24	23″,25	2,3
46	24	21″	1,8	51	32	20″,5	2,4
47	30	18″,6	2,7	52	40	18″,75	1,7
48	35	17″,6		53	48	16″,84	

Uit deze tafel, waarin de eerste colom het nummer der proeven van BOSSUT; de tweede, het gewigt waardoor het schuitje bewogen werd; de derde, de tijd secunden waarin 50 voet. doorloopen werden, en de vierde de waardijen van n die, uit vergelijking der op elkander volgende proeven, als exponenten der snelheid gevonden werden, aanduidt, blijkt het, dat de tegenstand als het vierkant der snelheid ongeveer zich verhouden moet, daar de gemiddelde waardij van n uit alle 2,24 is.

De proefnemingen der Engelschen komen niet slechts met die der Academisten overeen, maar toonen ook aan dat dezelfde reden bij grootere snelheden plaats heeft. Volgens de Engelsche proeven, met een drijvend parallelepipedum genomen, bevond men

bij de gewigten	1	2.	4.	8.	12.	℔.
de snelheden	1	1,38	1,77	2,41	3,00	voet.
en hier uit n	..	2,15	2,43	2,31	2,27	

derhalve de gemiddelde waardij $n = 2,29$.

In andere proeven op een parallelepipedum, wiens diepte 1,2; breedte 3,6 voet. was, bedroeg bij de gewigten van

was, bedroeg bij de gewigten van	134	402	804 ℔.
de snelheid	5,6	8,7	12 voet.
en dus n	3,48	2,15	gem. 2,81

dus

dus het gemiddelde uit de Engelsche proefnemingen 2,3 geeft, 't welk met dat der Fransche zeer na overeenkomt; gemiddeld uit beide 2,29.

Ten aanzien van den weêrstand der lucht, pleiten de onlangs door den Heer BENZENBERGER gedane proeven beslissend voor de vierkante reden; bij zijne proefnemingen over de oostelijke afwijking der vallende ligchamen, die een zoo duidelijk bewijs der omwenteling onzer aarde om haren as moet opleveren, deed hij tevens eene groote menigte van keurige waarnemingen over den weêrstand der lucht op een ligchaam van onderscheidene hoogten vallende. Hij bediende zich hiertoe van een' metalen kogel, wiens middellijn 1,975 Engelsche duimen was, en bevond dat, indien de kogel eene snelheid van 25 voet in het secunde heeft, de exponent der snelheid 2,022 is, dat de exponent bij grootere snelheid zeer weinig aanwast, zoo dat die voor 1500 voet in het secunde 2,113 is, dat bij nog grootere snelheid deze exponent weder een weinig afneemt, zoo dat men voor alle snelheid van minder dan 100 voeten, 2,06 als eene onveranderlijke exponent mag vaststellen. Zie BENZENBERGER *Verzuch über das gesetz des falls &c.*, *Dortmund* 1804.

Deze juiste overeenkomst in het resultaat van zoo vele proeven door onderscheidene waarnemers op verschillende tijden genomen, schijnt de vierkante reden der snelheid genoegzaam te staven; wel is waar dat de gevondene waardij van n iets grooter is, doch zulks kan, in proeven van dezen aard, bij welke de wrijving, aaneenkleving der deeltjes, en andere zeer moeijelijk, ja bijna onmogelijk te berekenen oorzaken mede in aanmerking moeten komen, niet bevreemden.

Doch deze proeven schijnen met het geen D. JUAN's theorie vordert ten eenenmaal strijdig te zijn, daar zij eene bijna meer dan vierkante reden der snelheid vereisschen, terwijl in de theorie van D. JUAN alleen de enkele reden plaats moest hebben. Maar D. JUAN brengt voor de waarheid zijner theorie de dadelijke beweging van schepen van allerlei soort bij, zoo als wij in 't vervolg zien zullen: wie zou nu eene theorie, wier resultaten, naar het getuigenis hares scherpzinnigen opstellers, allerwege door de practijk in 't groot bevestigd worden, voor onwaar durven verklaren, en de oude theorie, wier ontoereikendheid in den fcheeps- en waterbouw dagelijks wordt waargenomen, als zeker aannemen?

Daar men nogtans aan den anderen kant geene de minfte twijfel nopens de juistheid en zekerheid der Franfche en Engelfche proefnemingen met grond kan voeden, fchiet er niets overig dan, of dat deze proeven met bijzonderheden vergezeld gaan die eene uitzondering op de theorie van D. JUAN maken, of dat de theorie van D. JUAN wel onjuist is, maar dat, door eene toevallige vereeniging van fommige grootheden, de fouten die in de toepasfing dier theorie op den fcheepsbouw ontftaan moeten, zoodanig verminderd worden, dat de refultaten van D. JUAN's theorie inderdaad veel nader dan die der oude bij de ondervinding komen.

§. 80.

Na dus over de theorie van D. JUAN het een en ander te hebben aangemerkt, en de zwarigheden welke er in dezelve zijn, vooral deszelfs onbeftaanbaarheid met het geen uit de proeven als zeker fchijnt te moeten vastgefteld worden, overwogen te hebben, mag welligt bij een ieder onzer lezers twijfel ontftaan, of eene theorie, welke op zulke beginfelen gebouwd is, wel eenigen grond van zekerheid behouden kan. En inderdaad, zonder voorloopig hier iets te willen beflisfen, men zoude genoopt worden, D. JUAN's theorie en zijnen daarop gevestigden fcheepsbouw voor de oude theorie te verwerpen, indien deze niet practisch even groote zwarigheden had, vooral ten aanzien van den fchuinfchen tegenftand, zoo als ftraks nog nader zal worden overwogen; maar behalve dit alles kan men niet ontkennen de groote waarfchijnlijkheid die er is voor de onderftelling van D. JUAN, waarbij de drukking des waters en de tegenftand van achteren mede in aanmerking wordt genomen; en hoewel de laatfte, bij eene fnelheid grooter dan $8\sqrt{a}$, niet wel als beweegkracht in aanmerking fchijnt te kunnen komen, is het daarom nog niet uitgemaakt, dat het water, hetwelk altijd, welke ook de fnelheid zijn moge, van ter zijde toefchiet, geene kracht op het achtervlak zoude kunnen uitoefenen, en dus eenen tegenftand van achteteren altijd veroorzaken, die den tegenſtand van voren noodzakelijk zal moeten verminderen; is het wijders onmogelijk, ja onwaarſchijnlijk, dat het water zoo wel van onderen als van ter zijde toeſchiet, om de ruimte die het ſchip ledig liet intenemen, en zoo neen, kan dan dit water, 't welk met eenige ſnelheid altijd op het achtervlak moet aanloopen, dit vlak niet dermate botſen, dat hieruit, vooral bij een vallend achterſteven, eene kracht ontſta, die den voortgang van het ſchip bevorderen zal? Andere aanmerkingen, die men welligt op de proeven der Franſchen en Engelſchen, ten aanzien van de bepaling van den volſtrekten tegenſtand, uit dezelve konde maken, gaan wij thans voorbij, doch meenen, dat, daar de theorie van D. JUAN zich in twee opzigten, den druk des waters, en de perſing van achteren, van de vorigen onderſcheidt en door geene proeven opzettelijk tot nog toe in haar geheel is tegengeſproken, zij nevens de andere eene plaats verdient, en de aandacht des wiskundigen ſcheepsbouwers niet onwaardig zijn kan.

§. 81.

Wat den ſchuinſchen tegenſtand aangaat, wij zagen reeds, §. 75, hoe veel dezelve, berekend naar de theorie van het vierkant der ſnelheid en van den coſinus des invalhoeks, verſchilt van het geen de Franſche Academisten, als proefondervindelijk zeker, aangaande dien tegenſtand opgeven; doch tevens zagen wij, dat, indien men den tegenſtand in de enkelvoudige reden van den coſinus ſtelt, de reſultaten niet minder van 't geen de ondervinding leert, afwijken: daar nu de laatſte onderſtelling die van D. JUAN is, en uit zijne theorie onmiddellijk volgt, ſchijnen de gedane proefnemingen even min de eene als de andere theorie te begunstigen, en men kan uit dezelve even min voor de eene als andere iets beſluiten. Wat de opgave van den tegenſtand door de Academisten uit de proeven afgeleid aangaat, de getallen die denzelven uitdrukken, zijn uit de proefnemingen met het parallelepipedum, door $262\frac{1}{2}$ ponden bewogen, berekend in de onderſtelling, dat de tegenſtand is als het vierkant der tijden, of omgekeerd als dat der ſnelheden; eene onderſtelling, welke alleen voor den regtstreekschen tegenstand, door de vorige proeven bevestigd, kan gehouden worden: de Heer WOLTMANN merkt daarom aan (*), dat men alleen die proefnemingen moet vergelijken, bij welke de snelheden ten minste zoo na mogelijk even groot waren, omdat men als dan verzekerd is, dat de snelheid bij de betrekkelijke grootte van den tegenstand slechts weinige verandering kan maken; hij berekende dan ook eene tafel voor den tegenstand, die van de BOSSUTSCHE merkelijk verschilt, en welke wij hier nevens deze zullen opgeven.

$x°$	Snelheid	Tegenstand naar WOLTM.	Tegenstand naar BOSSUT.	Verschil
0°	37",32	10000	10000	0
6°	37",12	9893	9893	0
12°	36",32	9576	9578	−2
18°	35",57	9084	9084	0
24°	38",26	8508	8446	+62
30°	36",62	7794	7710	+84
36°	39",30	6935	6925	+10
42°	38",05	6435	6148	+287
48°	35",78	5690	5433	+257
54°	34",85	5398	4800	+598
60°	40",04	4933	4404	+529
66°	38",05	4455	4240	+215
72°	36",96	4203	4142	+61
78°	37",75	3898	4063	−165
84°	37",04	2345	3999	−1654

Wat

(*) *Beyträge zur Baukunst schiffbarer Kanelen*, p. 231.

Wat de berekening zoo der tafel van BOSSUT als van die van WOLTMANN betreft, men ſtelle R, r den tegenſtand, V, v de ſnelheid, P, p de gewigten, dan is, in onderſtelling dat de tegenſtand als het vierkant der ſnelheid zijn moet, $R : r = v^2 P : V^2 p$; want zoo R, S den tegenſtand bij gelijke ſnelheden uitdrukt, is $R : S = P : p$; en S, r die bij gelijke gewigten zijnde, heeft men $S : r = \frac{1}{V^2} : \frac{1}{v^2}$, dus $R : r = v^2 P : V^2 p$, waaruit $r = \frac{R V^2 p}{v^2 P}$; nu is in de gelijkvormige beweging $V = \frac{E}{T}$ en $v = \frac{e}{t}$, waar de ruimten E, e, in de tijden T, t doorloopen zijn, dus ook $r = R . \frac{p}{P} \left(\frac{E^2}{e^2}\right) \left(\frac{t^2}{T^2}\right)$.

Voor de tafel van BOSSUT, zoo wel als die van WOLTMANN is $R = 10000$, $E = e$, dus $r = 10000 \left(\frac{p}{P}\right) \left(\frac{t}{T}\right)^2$, en het onderſcheid is alleen hierin gelegen, dat BOSSUT meestal die proeven genomen heeft, waarin $P = p$ is, en WOLTMANN, die, waarin t het minst van T verſchilt: wat men van de aannemelijkheid der eene boven de andere tafel te denken hebbe, zal onzes inziens ſtraks kunnen beſlist worden, nadat wij over de wijze der berekening uit deze proeven in 't gemeen iets gezegd zullen hebben.

§. 82.

Indien men, zonder eenige onderſtelling aantenemen, den tegenſtand overweegt, is zoo veel, uit den aard der beweging, volſtrekt zeker, dat bij deze proefnemingen een grooter gewigt en tevens eene kleinere ſnelheid ook den grooteren tegenſtand aanduiden; zoo dan R, r den tegenſtand, V, v de ſnelheid, P en p de gewigten beduiden, wijders fP eene functie van P, FV van V, heeft men noodzakelijk $R : r = \frac{fP}{FV} : \frac{fp}{Fv}$, waaruit $r = R . f\left(\frac{p}{P}\right) . F\left(\frac{V}{v}\right)$, en, bij gelijke ruimte, $V : v = t : T$ zijnde, $r = R . f\left(\frac{p}{P}\right) . F\left(\frac{t}{T}\right)$; wijders den regtſtandigen tegenſtand $R = 10000$ ſtellende, $r = 10000\, f\left(\frac{p}{P}\right) . F\left(\frac{t}{T}\right)$ waarin P het gewigt, en T den tijd bij den regtſtandigen tegenſtand uitdrukken.

De proefnemingen geven de waardijen p en t, en dus zijn de grootheden wel alle be-

bekend, doch niet derzelver functien, voor zoo verre die den tegenstand moeten uitdrukken: naar de gewoone theorie is $\text{f P} = \text{P}$ en $\text{F V} = \text{V}^2$, en deze beide onderstellingen liggen ten grondslag, zoo wel bij de tafel van BOSSUT als bij die van WOLTMANN; dus zijn, in de Equatie van den tegenstand r, (p en t uit de proeven bepaald zijnde) wel de grootheden zelve, doch niet hunne functien bekend en gegeven; een dezer kan men door de wijze der proefneming altijd uit de equatie brengen, want zoo men de gewigten gelijk maakt, is $\text{P} = p$, dus $\text{f}\left(\frac{p}{\text{P}}\right) = 1$, en $r = 10000\ \text{F}\left(\frac{t}{\text{T}}\right)$, of, zoo men de snelheden, dat is de tijden, even groot maakt, is $t = \text{T}$ en dus $r = 10000\ \text{f}\left(\frac{p}{\text{P}}\right)$, maar zoodra beide tevens verschillende zijn, moet men twee onderstellingen aannemen: met regt merkt daarom de Heer WOLTMANN aan, dat men onder de BOSSUTSCHE proeven die genen nemen moet, in welke de snelheden dezelfde waren, doch, daar onder die proeven geene waren in welke de snelheid volkomen gelijk was, moest hij zich met de minst verschillende vergenoegen, en toch weder eene herleiding maken, waarbij de vierkante reden der snelheid ten grondslag ligt. De Heer BOSSUT verkoos uit zijne proeven die genen, waarin $\text{P} = p$ of de gewigten gelijk waren; en daar verre weg het grootste gedeelte zijner getallen naar die proefnemingen strikt berekend zijn, zie ik geene reden waarom men aan zijne tafel niet den voorrang zoude moeten geven, of haar ten minste der WOLTMANNSCHE tafel op zijde stellen; daar mij van voren geene redenen bekend zijn, waarom men de vierkante reden der snelheid min zeker dan de enkelvoudige der gewigten zoude moeten houden. — Doch hoe dit ook zijn moge, de aard der proefneming vordert, dat men altijd eene functie bij onderstelling als bekend aanneme, zonder welke onderstelling de hoegrootheid des betrekkelijken tegenstands in getallen niet kan gegeven worden; waarom mij eene andere wijze van proefneming, waarbij men den tegenstand onmiddellijk door gewigten vindt, ten minste in dit geval, om de reden, waarin de tegenstand bij verschillende invallingshoeken verandert, te ontdekken, meer verkieslijk voorkomt.

Om

Om den fchakel onzer redenering in dit hoofdftuk niet gedurig aftebreken, wilden wij ons van aanhalingen zoo veel mogelijk onthouden, doch nu mogen wij onzen lezer naar het in de Inleiding reeds vermelde ftuk van den Heer BRUNINGS in WOLTMANN's *Beytrage* wijzen, terwijl wij het ons tot een bijzonder genoegen rekenen, in de meest gewigtige door ons behandelde punten met dezen zoo zeer beoefenenden als fchranderen wijsgeer overeenteftemmen. Verdere aanmerkingen over dit onderwerp, willen wij thans overlaten tot eene meer voegzame gelegenheid, wanneer wij, zoo wij hopen, eens in ftaat zullen zijn, om uit eigene waarnemingen eenig licht over hetzelve te verfpreiden; nu meenen wij tot de befchouwing van de beweging eens fchips te kunnen overgaan, waarin wij de beide theorien en hunne refultaten zullen vergelijken, en, zoo beknopt de aard van het onderwerp gedoogt en ons doenlijk is, voordragen.

TWEEDE HOOFDSTUK.

OVER DEN TEGENSTAND IN 'T GEMEEN, NAAR BEIDE THEORIEN.

§. 83.

In §. 77 vonden wij den tegenftand tegen eene verticale regthoekige vlakte s, wier bovenfte einde aan den waterfpiegel reikt $= \frac{msv\sqrt{a}}{3} = \frac{ms}{64}(\frac{16}{3}\sqrt{a}+v)^2 - \frac{ms}{64}(\frac{16}{3}\sqrt{a}-v)^2$, waar a de hoogte van het vlak uitdrukte, of indien $s = xa$, en de gemiddelde fnelheid tot eene hoogte a behoort, is de tegenftand in 't gemeen $\frac{mxa}{64}(n\sqrt{a}+v)^2 - \frac{mxa}{64}(n\sqrt{a}-v)^2$, dus in 't gemeen $\iint m\,dx\,da\,(\sqrt{a} \pm \frac{1}{8}v)^2$,

uit-

uitdrukt den regtſtandigen tegenſtand eener vloeiſtof op een verticaal elementair vlak, wiens hoogte da, en breedte dx is; a de diepte van dit vlak onder water, ν de ſnelheid waarmede het bewogen wordt, m het gewigt van een cubicq voet waters zijnde;

Fig. 17. voorts is het bovenſte teeken voor het voor-, het onderſte voor het achtervlak.

LM zij eene kleine oppervlakte, een hoek MNO $= \eta$ met de horizontale lijn NO makende, MO is de hoogte of diepte $= a$, LN $= x$, dan is $a = \frac{MO}{\text{ſin.}\,\eta}$, daar MN : MO $= 1 : \text{ſin.}\,\eta$, en de kracht die perpendiculair op LM, werkt $m\,LN.NM\left(\frac{n}{8}\sqrt{\alpha} \pm \frac{1}{8}\nu\right)^2$ zij, is ook deze $= m.NL.\frac{MO}{\text{ſin.}\,\eta}\left(\frac{n}{8}\sqrt{\alpha} \pm \frac{1}{8}\nu\right)^2$, dus is de, in de loodlijn op het vlak werkende, of regtſtandige tegenſtand $m x \frac{a}{\text{ſin.}\,\eta}\left(\frac{n}{8}\sqrt{\alpha} \pm \frac{1}{8}\nu\right)^2$.

Fig. 18. Indien het vlak LM niet volgens de perpendiculair, maar in eene rigting, die met dezelve een' hoek θ maakt, bewogen wordt, is ν hier $\nu.\text{ſin.}\,\theta$, en de regtſtandige tegenſtand $m\frac{xa}{\text{ſin.}\,\eta}\left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8}\nu\,\text{ſin.}\,\theta\right)^2$. De tegenſtand op het vlak LM naar eenigerlei rigting, welke hetzelve met een hoek K doorſnijdt, zal $= \frac{mxa}{\text{ſin.}\,\eta}\left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8}\nu\,\text{ſin.}\,\theta\right)^2 \text{ſin.}\,K$ zijn; Indien deze rigting dezelfde met die der beweging zij, is K $= \theta$ en de tegenſtand $= \frac{mxa}{\text{ſin.}\,\eta}\left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8}\nu\,\text{ſin.}\,\theta\right)^2\ \text{ſin.}\,\theta$.

§. 84.

Fig. 19. Het vlak LKMN zij naar eene rigting LD bewogen; men trekke door KM eene verticale lijn ID, het vlak IED zelve verticaal, en tevens het vlak LKMN regthoekig doorſnijdende; daar LEN eene horizontale lijn is, is ook de hoek LEA regt; wijders trekke men door LEN een horizontaal vlak NLA; en AB, DC perpendiculairen op IE, HA op CD, en noeme de hoeken ALN, λ, LDA, μ, en AL, q; dan is AE $=$ q ſin. λ; in den driehoek AEB regthoekig bij B, is BA $=$ AE ſin. AEB, maar $\angle$BEA is de helling van het vlak LKMN tot het horizontaal vlak $= \eta$ §. 83, dus BA $=$ q ſin. λ ſin. η. In den $\triangle$ AHD regthoekig bij H is HD $=$ AD. coſ. ADH; nu zijn de $\triangle\triangle$ IEA IDC gelijkvormig, en $\angle$D $= \angle$E $= \eta$,

dus

dus ook $HD = q$ cotang μ. cos. η; derhalve is $CD = CH$ of $BA + HD$ $= q$ sin. λ. sin. $\eta + q$ cot. μ. cos. η; maar $DL = \frac{LA}{\text{sin.}\,\mu} = \frac{q}{\text{sin.}\,\mu}$ en $DL : CD = 1 : \text{sin.} K$, (de hoek CLD, welke de rigting van den tegenstand met het vlak maakt, K zijnde) dus ook $\frac{q}{\text{sin.}\,\mu} : q \text{ sin.}\,\lambda \text{ sin.}\,\eta + \frac{q \text{ cos.}\,\mu \text{ cos.}\,\eta}{\text{sin.}\,\mu} = 1 : \text{sin.} K$, waaruit sin. $K =$ sin. λ sin. η sin. $\mu +$ cos. μ cos. η.

Deze waardij voor sin. K in de vorige § stellende, wordt de tegenstand naar eene rigting, die een' hoek K met het vlak maakt, op het vlak 't welk bewogen wordt in eene rigting die eenen hoek θ met het vlak maakt $= m\,x\,a \left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\theta\right)^2$ (sin. λ sin. $\mu +$ cos. μ cot. η); voor den horizontalen tegenstand is, daar L D A of μ als dan $= 90°$ is, $m\,x\,a \left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\theta\right)^2$ sin. λ; voor den verticalen, daar LDA of $\mu = 0$ is, $m\,x\,a \left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\theta\right)^2$ cot. η. Indien $\theta = K$, is de horizontale tegenstand $m\,x\,a \left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\lambda \text{ sin.}\,\eta\right)^2$ sin. λ.

§. 85.

In de formule voor den horizontalen tegenstand tegen het regthoekig vlak $m\,x\,a \left(\frac{n\sqrt{\alpha}}{8} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\lambda \text{ sin.}\,\eta\right)^2$ sin. λ wordt, zoo het vlak aan den waterspiegel rijkt, $n\sqrt{\alpha} = 8 . \frac{2}{3} \sqrt{a}$, en dus de tegenstand van voren en achteren te zamen $\frac{m\,x\,v \text{ sin.}\,\lambda^2 . \text{sin.}\,\eta . a\sqrt{a}}{3}$ of $\frac{m\,u\,v \text{ sin.}\,\theta\, a\sqrt{a}}{3}$ [$u = x$ sin. λ; sin. $\theta =$ sin. λ sin. η] doch indien het vlak niet aan den waterspiegel rijkt, is $n\sqrt{\alpha}$, of de snelheid die uit de bijzondere snelheden gemiddeld is, niet meer $\frac{2}{3}$ der grootste snelheid uit de persing ontstaande. Het vlak zij, bij voorbeeld, ter diepte D' onder den waterspiegel, dan is de grootste snelheid, uit de perskracht ontstaan, $8\sqrt{D' + a}$, de kleinste $8\sqrt{D'}$; de perskracht zelve is $= (\frac{2}{3}(D' + a)\, 8\sqrt{D' + a} - \frac{2}{3} D'\, 8\sqrt{D'})\, m\,x$, voor het vlak $a\,x$: men moet dan hier tot hoogere berekeningen komen, x zij dus $d\,x$], voor a, $d\,a$, en voor $n\sqrt{\alpha}$, $8\sqrt{a}$, dan is, naar §. 84 $m\,d\,x\,d\,a\,(\sqrt{a} \pm \frac{1}{8} v \text{ sin.}\,\lambda \text{ sin.}\,\eta)^2$ sin. λ, de formule van den horizontalen tegenstand op een differentiaal vlak, wiens hoogte a, breedte x is: voor den verticalen tegen-

ſtand vindt men $m\,dx\,da\,(\sqrt{a} \pm \tfrac{1}{8} v \sin.\lambda \sin.\eta)^2 \cot.\eta$, men ſtelle QT, D′,
Fig. 17. TM, y, dan is $a = D' + y$ en de formule zal zijn $m\,dx\,dy\,[(D'+y)^{\frac{1}{2}} \pm \tfrac{1}{8} v \sin.\lambda \sin.\eta]^2 \sin.\lambda$, men kan deze formule afzonderlijk eerst voor y, dan voor x integreren, daar beide grootheden onafhankelijk van elkanderen zijn, men heeft dan voor y integrerende $m\,dx\left[D'y + \tfrac{1}{2}y^2 \pm \frac{v}{6}(D'+y)^{\frac{3}{2}} \sin.\theta + \tfrac{1}{64} v^2 \sin.\theta^2 . y\right] \sin.\lambda + C$; er is geen tegenſtand, indien $y = 0$ zij, dus $C = \mp m\,dx \sin.\lambda \frac{v}{6} D'^{\frac{3}{2}} \sin.\theta$, derhalve de tegenſtand $= m\,dx \sin.\lambda\,[D'y + \tfrac{1}{2}y^2 \pm \tfrac{1}{6}v(\overline{D'+y}^{\frac{3}{2}} - D'^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta + \tfrac{1}{64}v^2 \sin.\theta^2 y]$ en, indien voor QT of D′, $D - \tfrac{1}{2}y$ geſteld worde, D als dan de diepte van het midden van het vlak zijnde, wordt $m\,dx \sin.\lambda\,[Dy \pm \tfrac{1}{6}v(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta + \tfrac{1}{64}v^2 \sin.\theta^2 y]$ de tegenſtand.

§. 86.

ABab zij eene oppervlakte zoo als die van een ſchip, ABC een horizontaal vlak,
Fig. 20. en abc met hetzelve evenwijdig; C″B′ zij u, CBbD een verticaal vlak, de buitenſte lijn, B′b′, z; C″D′, y; BB′, x; dan is $\sin.\angle B'A'C' = \frac{du}{dx} = \sin.\lambda = \sin.$ ALN fig. 19, daar λ de horizontale kromming van het vlak uitdrukt, en $\sin.(C'B'b' = \eta$, $=$ BEA fig. 19), dus $\sin.\angle C'B'b' = \frac{dy}{dz} = \sin.\eta$, de eerſte waardij in plaats van $\sin.\lambda$ ſtellende, wordt de tegenſtand in de vorige §. gevonden $m\,du\,(Dy \pm \tfrac{1}{6}v(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta + \tfrac{1}{64}v^2 \sin.\theta^2 y)$ en daar y niet van de breedte u afhangt, heeft men integrerende $mu(Dy \pm \tfrac{1}{6}v(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta + \tfrac{1}{64}y . v^2 \sin.\theta^2)$. Indien θ de hoek zij die het voorvlak met de rigting der beweging maakt, heeft men den tegenſtand van voren, $mu(Dy + \tfrac{1}{6}v(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta + \tfrac{1}{64}yv^2 \sin.\theta^2)$ en zoo Θ dien hoek voor de achterzijde beteekent, is de tegenſtand van achteren $mu\,(Dy - \tfrac{1}{6}v(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\Theta + \tfrac{1}{64}yv^2 \sin.\Theta^2)$; het laatſte van het eerſte afgetrokken zijnde, verkrijgt men $\tfrac{1}{6}muv(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}})(\sin.\Theta + \sin.\theta) + \frac{muyv^2}{64}(\sin.\theta^2 - \sin.\Theta^2)$, zoo nu de beide oppervlakten dezelfde helling hebben, is $\theta = \Theta$, en dus zal de tegenſtand $= \tfrac{1}{3}muv(\overline{D+\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}) \sin.\theta$. zijn;

wij-

wijders daar $\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}D^{\frac{1}{2}}y\left(1 - \frac{y^2}{96D^2} - \frac{y^4}{2048D^4} - \text{enz.}\ldots\right)$ ſin. θ is, zal ook de tegenſtand $= \frac{m}{2}uvy$ ſin. $\theta . D^{\frac{1}{2}}\left(1 - \frac{y^2}{96D^2} - \ldots\right)$ zijn; maar deze reeks zeer ſterk convergerende, is bijna $= 1$, en dus de tegenſtand nagenoeg $= \frac{m}{2}uvyD^{\frac{1}{2}}$ ſin. θ, vooral indien D veel grooter dan y, dat is, zoo het vlak diep onder den waterſpiegel zij.

Uit §. 84 is voor den horizontalen tegenſtand ſin. K $=$ ſin. λ ſin. η, en hier $\theta = K$ tevens, maar ſin. $\lambda = \frac{du}{dx}$, ſin. $\eta = \frac{dy}{dz}$, 't welk in de plaats ſtellende, komt voor den horizontalen tegenſtand $\frac{m D^{\frac{1}{2}} v.u.y.du.dy}{2dx.dz}$; bij vlakke oppervlakten is $\lambda = 90°$, dus $du = dx$, en de tegenſtand $\frac{m D^{\frac{1}{2}} vuy\,dy}{2dz}$; indien z eene regte lijn, of de baſis CBD een regthoekig driehoek is, is $\frac{dy}{dz} = s$ onveranderlijk, dus de tegenſtand op den driehoek $\frac{s m D^{\frac{1}{2}} vuy}{2}$: voor den regthoek is $y = z$ dus $s = 1$; de regtſtreekſche tegenſtand op een' regthoek is dan ook $= \frac{m D^{\frac{1}{2}} vuy}{2}$.

Daar nu θ den hoek die het vlak met de rigting der beweging maakt uitdrukt, en de tegenſtand op een vlak in 't gemeen $\frac{m}{2}D^{\frac{1}{2}}uyv$ ſin. θ is, volgt hier uit, dat die zijn moet in de reden der oppervlakte, der ſnelheid van den wortel der diepte, en van den ſinus van den invalshoek, hetwelk de grondſlag is der theorie van DON JUAN.

§. 87.

In de equatie van den tegenſtand $\frac{1}{3}muv\left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right)$ ſin. θ in de vorige §. gevonden, is voor den regthoek wiens bovenſte zijde in de waterlijn ligt, $D = \frac{1}{2}y$, 't welk in de plaats ſtellende, komt $\frac{1}{3}muvy^{\frac{3}{2}}$ ſin. θ voor den tegenſtand, doch indien D veel grooter dan y is, zoo wordt de tegenſtand $\frac{1}{2}muvyD^{\frac{1}{2}}$ ſin. θ; zoo men dan in de reeks $1 - \frac{y^2}{96D^2} - \frac{y^4}{2048D^4} \ldots$ §. 86, $D = \frac{y}{2}$ ſtelt, wordt de tegenſtand uitgedrukt door $\frac{m}{2\sqrt{2}}\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}$ ſin. $\theta\left(1-\frac{1}{24}-\frac{1}{128}\ldots\right)=\frac{m}{3}\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}$ ſin. θ, zoo vindt men hieruit de reeks $1-\frac{1}{24}-\frac{1}{128}-\ldots=\sqrt{\left(\frac{8}{9}\right)}$.

§. 88.

In de algemeene formule, den horizontalen tegenſtand uitdrukkende $m\,dx\,dy$ ſin. $\lambda\left((D'+y)^{\frac{1}{2}}\pm\frac{1}{4}v \text{ ſin. } \lambda \text{ ſin. } \eta\right)^2$ §. 85 voor ſin. λ $\frac{du}{dz}$, voor ſin. η $\frac{dy}{dz}$ plaatſende, heeft men, zoo de hoeken λ en η voor elk der zijden even groot zijn, den tegenſtand van achteren van dien van voren aftrekkende, voor den dadelijken tegenſtand $\frac{mv}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}\frac{du^2.dy^2}{dx.dz}$, of zoo men $\frac{du}{dx}$, p $\frac{dy}{dz}$, q noeme, $\iint\frac{mv}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,pq\,du\,dy$ voor den horizontalen tegenſtand op de oppervlakte van een ligchaam, wiens breedte u, diepte y, en wiens gedaante uit p en q bepaald wordt.

Indien de oppervlakte vlak zij, is λ onveranderlijk, dus $p=b$, en zoo zij regtlijnig zij, tevens q onveranderlijk $=t$, dus de tegenſtand $\iint\frac{mv}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,b\,t\,du\,dy$ $=\int\frac{tbmvu}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}dy=\frac{tbmvu}{2}\left(\frac{2}{3}(D'+y)^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{3}(D')^{\frac{3}{2}}\right)$; D' is $=$ QT, men ſtelle in deszelfs plaats de diepte van het middelpunt van het vlak onder den waterſpiegel, of $D-\frac{1}{2}y$ in plaats van D', dan zal de tegenſtand op het regtlijnig vlak zijn $\frac{tbmvu}{3}\left((D+\frac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}-(D-\frac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}\right)$; zoo de bovenſte rand van den regthoek in den waterſpiegel ligt, is $D=\frac{1}{2}y$, en de tegenſtand $\frac{tbmvu\,y^{\frac{3}{2}}}{3}$; voorts is $tb=$ ſin. λ ſin. $\eta=$ ſin. θ, en deze formule dezelfde met die in §. 85 gevonden, y hier hetzelfde met a zijnde.

Indien men den regthoek verticaal halveert, of voor u, $\frac{u}{2}$ plaatst, is $\frac{tbmvu\,y^{\frac{3}{2}}}{6}$ de tegenſtand; doch zoo men dien horizontaal in twee deelen deelt, heeft men in de formule $\frac{tbmvu}{3}\left((D+\frac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}-(D-\frac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}\right)$, $\frac{y}{2}$ in plaats van y, en voor het bovenſte gedeelte $D=\frac{1}{4}y$ plaatſende, de tegenſtand $\frac{tbmvu}{3}\left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$, voor het onderſte is $D=\frac{3}{4}y$, en de tegenſtand $\frac{tbmvu}{3}\left((y)^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right)$. Naar de theorie van D. JUAN is dus de tegenſtand op den benedenſten, tot dien op den bovenſten halven regthoek $=\sqrt{8}-1:1=9:5$ omtrent.

§. 89.

§. 89.

Na dus den tegenſtand in 't gemeen naar de theorie van D. JUAN opgegeven en deszelfs grootte voor allerlei rigting bepaald te hebben, zullen wij nu het geen de gewone theorie leert, behandelen; doch daar ons oogmerk is, ſlechts de reſultaten van de theorie van D. JUAN met die der gewone theorie te vergelijken, en deze laatſte door L. EULER, in zijn fraai geſchrift boven aangehaald, uitvoerig verklaard zijn, meenen wij in de opgave der gewone theorie, ons doorgaans zoo veel te mogen bekorten als de aard des onderwerps eenigzins gedoogt.

Wij merkten §. 67 reeds aan, dat men gewoon is den tegenſtand eener vloeiſtof op een vlak, 't welk regtſtandig tegen dezelve bewogen wordt, gelijk te ſtellen aan het gewigt van een water-parallelepipedum, wiens baſis de tegenſtandbiedende oppervlakte, en wiens hoogte, de valhoogte is, welke tot de ſnelheid behoort, waarmede het ligchaam in de vloeiſtof bewogen wordt.

Indien dan v de ſnelheid zij, waarmede de regthoek xa bewogen wordt, is $\frac{mxav^2}{4g}$ de regtſtandige tegenſtand naar de gewone theorie: zoo nu LM (fig. 17) dit vlak zij, en $a = \frac{y}{\sin.\eta}$, is $\frac{mxyv^2}{4g\sin.\eta}$ de perpendiculaire tegenſtand op het vlak, wiens verticale hoogte y, breedte x, en helling tot den horizont η is.

Indien dit vlak ſchuins, volgens den hoek θ bewogen wordt, heeft men voor v, $v \sin.\theta$, en dus $\frac{mxyv^2 \sin.\theta^2}{4g\sin.\eta}$ voor den regtſtandigen tegenſtand; en, naar eene rigting, welke een' hoek K met het vlak maakt, 't welk volgens de lijn die een hoek θ maakt bewogen wordt, is $\frac{mxyv^2 \sin.\theta^2 \sin.K}{4g\sin.\eta}$ de tegenſtand; de equatie voor ſin. K, in §. 84 gevonden, hier gebruikende, verkrijgt men voor den horizontalen tegenſtand $\frac{m}{4g}xyv^2 \sin.\theta^2 \sin.\lambda$, en voor den verticalen $\frac{m}{4g}xyv^2 \sin.\theta^2.\ \mathrm{cotang}\,\eta$; dan is ook voor de horizontale beweging $\sin.\theta = \sin.\lambda \sin.\eta$, en voor den horizontalen tegenſtand $K = \theta$, en deze dus $\frac{m}{4g}xyv^2 \sin.\lambda^3.\ \sin.\eta^2$: Voor den regtſtandigen regthoek is $\lambda = 90^\circ$ en $\eta = 90^\circ$, dus zal de horizontale tegenſtand $\frac{mxyv^2}{4g}$, voor den

 ver-

verticalen $K = 90 - \eta$ zijnde, is deze $\frac{m}{4g} x y v^2 \text{ſin.}\, \lambda^2 \text{ ſin.}\, \eta \text{ coſ.}\, \eta$, die voor den regtſtandigen regthoek $= 0$ is, daar $\text{coſ.}\, \eta = 0$.

Naar de differentiaal leere ſtelle men in 't gemeen voor ſin. λ, $\frac{du}{dx} = p$; voor ſin. η, $\frac{dy}{dz} = q$ en $\frac{m}{4g} dx\, dy\, v^2 \text{ ſin.}\, \lambda^2 \text{ ſin.}\, \eta^2$, dan is de horizontale tegenſtand $\iint \frac{m\, du^2\, dy^2\, v^2}{4g\, dx^2\, dz^2} = \iint \frac{v^2 m^2}{4g} q^2 . p^2\, du\, dy$ op elk vlak; de tegenſtand op den regthoek xy welke loodregt ſtaat, en in de rigting, die op het vlak zelve perpendiculair is, bewogen wordt, is dan naar de gewone theorie $\frac{m x y v^2}{4g}$; doch, naar D. JUAN, is deze tegenſtand $\frac{m x v y^{\frac{3}{2}}}{3}$, en de eerſte tot de tweede $= 3v : 4g \sqrt{y}$.

Voor elke reglijnige oppervlakte die verticaal in de vloeiſtof ſtaat $q = 1$ zijnde, is de horizontale tegenſtand $\iint \frac{m v^2}{4g} p^2\, du\, dy$ waar p de ſinus der helling van het vlak tot de rigting der beweging uitdrukt, en daar u en p niet van y afhangen $\int \frac{m v^2}{4g} p^2 y\, du$: naar de theorie van D. JUAN heeft men $\iint \frac{m v}{2} (D' + y)^{\frac{1}{2}} p q\, du\, dy$, ($q = 1$ ſtellende, en voor y integrerende) $\int \frac{m v}{3} \left(\overline{D + \tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D - \tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right) p\, dy$, waaruit het aanmerkelijk verſchil ligtelijk is optemaken.

Wijders maakt het naar de gewone theorie geen verſchil voor den tegenſtand, of men het vlak horizontaal, dan of men het verticaal halvere, want, bij den regthoek $p = 1$ zijnde, is de tegenſtand $\frac{m v^2}{4g} y u \text{ ſin.}\, \theta^2$, en 't zij men voor y, $\frac{y}{2}$ of voor u, $\frac{u}{2}$ plaatſe, de halve tegenſtand blijft dezelfde; terwijl naar D. JUAN zeer verſchillende waardijen geboren worden, §. 88, het geen ook ligtelijk uit den aard der beide theorien is afteleiden, daar de tegenſtand, in de gewone theorie, alleen van de oppervlakte, ſnelheid en rigting, maar, naar D. JUAN, nog daarenboven van de diepte afhangt. — Men begrijpt dan ook gereedelijk van hoe veel belang het voor den ſcheepsbouw is, welke van beide gevoelens volſtrekt waar zij, of der waarheid het naast op zijde kome, daar dit verſchil niet bloot beſchouwelijk is, maar den uitgeſtrektſten invloed, op alles wat het bouwen en het beſtuur der ſchepen aangaat, noodzakelijk hebben moet.

GE-

GEVOLGEN.

Een regtlijnig en regthoekig vlak, wiens loodregte hoogte y, breedte x is, ligge met den bovenkant in den waterſpiegel, doch zij horizontaal hellende met een' hoek η, verticaal met een' hoek λ op de ſtreeklijn, naar welke het in het water moet bewogen worden, dan is de horizontale weerſtand op dit vlak naar D. JUAN $\frac{mx}{3} v \sin.\lambda^2 \sin.\eta\,(y)^{\frac{1}{2}}$, en de verticale $\frac{m}{2} x v \sin.\lambda \cos.\eta\,(y)^{\frac{1}{2}}$.

Naar de tot hiertoe aangenomene theorie is de eerſte $\frac{m}{4g} x y v^2 \sin.\lambda^2 \sin.\eta^2$; de tweede $\frac{m}{4g} x y v^2 \cos.\eta \sin.\lambda^2 \sin.\eta$, ($m$ het gewigt van een cub. voet waters, $g = 16$ voet. zijnde).

Voor het regtſtandig regthoekig vlak is $\eta = 90°$, dus de horizontale tegenſtand $\frac{m}{3} x v \sin.\lambda^2 . y^{\frac{1}{2}}$, en naar de gewone theorie $\frac{m}{4g} x v^2 \sin.\lambda^2\, y$, indien het vlak een' hoek λ maakt met de rigting, waarin het bewogen wordt.

Indien het vlak niet aan den waterſpiegel rijkt, maar deszelfs middelpunt, ter diepte D, onder denzelven ligge, is de tegenſtand, naar D. JUAN's theorie, $\frac{m}{2} x v \sin.\lambda^2 \sin.\eta\,(D)^{\frac{1}{2}} y$, vooral hoe grooter de diepte D met opzigt tot de loodregte hoogte y van het vlak zij.

Voor het regtſtandig regthoekig vlak, is de weêrſtand $\frac{m}{2} x v \sin.\lambda^2 (D)^{\frac{1}{2}} y$.

Naar de gewone theorie blijft de weêrſtand in beide gevallen dezelfde, daar zij van de diepte, waarop het vlak onder water ligt, geenszins afhangt.

DER-

DERDE HOOFDSTUK.

OVER DEN TEGENSTAND TEGEN EENE BEPAALDE OPPERVLAKTE.

§. 90.

Voor alle ligchamen, wier zijden regthoekig zijn, wier bovenſte baſis in den waterſpiegel ligt, en wier vlakte regtſtandig tot denzelven ſtaat, is de formule voor den horizontalen tegenſtand §. 85 $\frac{m\,u\,v\ \text{ſin.}\,\theta\ y\sqrt{y}}{3}$, ($y$ hier hetzelfde met n §. 85 $\text{ſin.}\,\theta = \text{ſin.}\,\lambda\ \text{ſin.}\,\eta = \text{ſin.}\,\lambda$ zijnde, daar $\text{ſin.}\left(\eta = 90^\circ\right) = 1$ is) $= \frac{m\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}\ \text{ſin.}\,\lambda}{3}$; doch zoo het middepunt van het vlak ter diepte D onder den waterſpiegel ligt, vindt men den tegenſtand door de formule $\int \frac{m\,v}{3}\left(\overline{D + \tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D - \tfrac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right) p\,d\,u$: Indien het parallelepipedum wiens hoogte y, breedte u is, volgens de grootſte zijde bewogen wordt, is $p = \text{ſin.}\,\lambda = 1$; in het ruitachtig ligchaam, wiens grootſte middellijn $2A$, kleinſte $2B$ is, volgens den as $2A$ bewogen, is $p = \sqrt{\frac{B}{(A^2 + B^2)}}$, dus de tegenſtand op het parallelepipedum tot dezen $= \sqrt{A^2 + B^2} : B = ea : an$ (fig. 11).

§. 91.

Indien de bovenſte baſis in den waterſpiegel ligt, doch de zijden niet regtſtandig op denzelven ſtaan, maar met een' hoek η hellen, zoo nogtans, dat het vlak met de rigting een' regten hoek maakt, is $\lambda = 90^\circ$, dus $\text{ſin.}\,\theta = \text{ſin}\,\eta$, en de tegenſtand $\frac{m}{2}\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}\ \text{ſin.}\,\eta$. Indien de baſis onder den waterſpiegel ligt, en de diepte van het midden der botſende oppervlakte D zij, vindt men den tegenſtand door de formule

=

$= \frac{m\,\text{ſin.}\,\eta\,v}{3}\int\left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right)du$, 't welk voor $D = \frac{1}{2}y$ insgelijks $\frac{m u v y^{\frac{3}{2}}\,\text{ſin.}\,\eta}{3}$ geeft; 't welk tot den tegenſtand op den regthoek ſtaat $= \text{ſin.}\,\eta : 1 = ad : ac$. (Fig. 21)

§. 92.

Naar §. 88 is, volgens D. JUAN, de algemeene formule voor den horizontalen tegenſtand $\iint \frac{m v}{2}(D' + y)^{\frac{1}{2}}\,pq\,du\,dy$, welke wij nu nader beſchouwen zullen. De gedaante en ſtand der tegenſtandbiedende oppervlakte, kan tot vier hoofdſoorten gebragt worden.

I. Indien het vlak regtlijnig en regthoekig is, dan zijn p en q onveranderlijk, en daar de tegenſtand op ſoortgelijke vlakken in de enkelvoudige reden der breedte u zijn moet, u ook onafhankelijk van y, dus het integraal $= pq\frac{m v}{2}\int du \int (D' + y)^{\frac{1}{2}}\,dy$, 't welk integrerende, en dan voor D', $D - \frac{1}{2}y$ geplaatst zijnde, geeft $\frac{m}{2}v\,u\left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right)pg$.

II. Indien het vlak regtlijnig doch niet regthoekig is, dan zijn p en q wel onveranderlijke grootheden, doch daar de tegenſtand nu niet meer alleen als de breedte is, is u afhankelijk van y, of eene functie van y; men kan dan de equatie $\iint \frac{m v}{2}(D' + y)^{\frac{1}{2}}\,pq\,du\,dy$ integreren, even als of $(D' + y)^{\frac{1}{2}}\,pq\,dy$ eene onveranderlijke waardij ware, dit integraal is dan $\int \frac{m v}{2}(D' + y)^{\frac{1}{2}}\,pq\,u\,dy$, hetwelk den tegenſtand uitdrukt op het differentiaal vlak der oppervlakte, wiens hoogte dy is; zoo nu wijders de equatie tusſchen u en y gegeven is, kan men den tegenſtand door eene tweede integratie vinden, u door y uitgedrukt zijnde.

III. Indien het tegenſtandbiedend vlak wel verticaal vlak, maar horizontaal gebogen is, dan moet p veranderlijk, en eene functie alleen van u zijn, terwijl q onveranderlijk is; men heeft dus voor den tegenſtand $\int \frac{m v}{2}(D' + y)^{\frac{1}{2}}\,dy \int q f u . du$, waarin $fu = p$ is.

IV. Eindelijk zoo het vlak horizontaal tevens gebogen is, moet ook q eene functie van u of van y zijn, en om het integraal te vinden moeten er drie equatien, namelijk, tusſchen p en u, q en u of y, en tusſchen u en y gegeven zijn.

Om dan den tegenſtand te vinden, behoeven in het eerſte geval, geene; in het tweede, een; in het derde, twee; in het vierde, drie equatien gegeven te zijn.

§. 93.

In het vorige hoofdſtuk behandelden wij den tegenſtand op het eerſte ſoort van vlakken, nu gaan wij tot dien op regtlijnige, niet regthoekige vlakken, het tweede ſoort, over.

Fig. 22. Men ſtelle zich te dien einde den regthoek ABCD, door deszelfs diagonaal CB, in twee driehoeken, ABC, CBD gedeeld, voor; indien dit vlak horizontaal en verticaal tevens helt op de rigting waarin het bewogen wordt; zijn p en q de ſinusſen dezer hellingen, §. 88, onveranderlijk, en dus ook voor de driehoeken dezelfde als voor den regthoek; men heeft dan den tegenſtand $= \frac{mvpq}{2} \int (D'+y)^{\frac{1}{2}} u\,dy$; in den driehoek BCD is $Bc = \frac{y}{q}$, en $cb = \frac{u}{p}$, en, zoo men den hoek CBD $=$ O noemt, $qu = py$ tang.O, men vindt $\int (D'+y)^{\frac{1}{2}} y\,dy = \frac{2p}{5q}(D'+y)^{\frac{5}{2}} - \frac{2p}{3q} D'(D'+y)^{\frac{3}{2}} + C$ en daar de tegenſtand, $y = 0$ zijnde, verdwijnt, $C = -\frac{2p}{5q} D'^{\frac{5}{2}} + \frac{2p}{3q} D'^{\frac{5}{2}} = \frac{4p}{15q} D'^{\frac{5}{2}}$; wijders voor D′, $D - \frac{1}{2}y$, als in §. 85 ſtellende $D = W$ o zijnde, verkrijgt men den tegenſtand op den driehoek Bbc $= \frac{p}{q}\left(\frac{4}{15}(D-\frac{1}{2}y)^{\frac{5}{2}} + \frac{2}{5}(D+\frac{1}{2}y)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(D+\frac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}(D-\frac{1}{2}y)\right)$ 't welk, vermenigvuldigd door $\frac{mvpq \text{ tang. O}}{2}$, den tegenſtand geeft op den $\triangle$ Bbc; voor den tegenſtand op den anderen driehoek ABC, is in $\frac{mvpq}{2} \int (D'+y)^{\frac{1}{2}} u\,dy$

$\frac{u}{p} = ab = AB - bc = B - \frac{y}{q}$ tang. O, dus het integraal

$$= \frac{mvpq}{2}\left[\int (D'+y)^{\frac{1}{2}} pB\,dy - \int (D'+y)^{\frac{1}{2}} \text{tang. O} \frac{p}{q} y\,dy\right]$$

$$= \frac{mvpq}{2}\left[\tfrac{2}{3}Bp(D'+y)^{\frac{3}{2}} - \tfrac{2}{5}(D'+y)^{\frac{5}{2}}\frac{p}{q} \text{tang. O} + \tfrac{2}{3}D'(D'+y)^{\frac{3}{2}}\frac{p}{q} \text{tang. O} + N\right]$$

daar nu zoo $y = 0$ de tegenſtand nul wordt, is $N = -\frac{2}{3}pB.D'^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{5}\frac{p}{q}D'^{\frac{5}{2}}\text{tang.O} - \frac{2}{3}\frac{p}{q}D'^{\frac{5}{2}}\text{tang.O}$; derhalve komt voor den geheelen tegenſtand op het ſtuk AabB,

$$\frac{mvpq}{2}\left[\tfrac{2}{3}B(D+\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}p - \tfrac{2}{5}(D+\tfrac{1}{2}y)^{\frac{5}{2}}\frac{p}{q}\text{tang.O} + \tfrac{2}{3}(D-\tfrac{1}{2}y)(D+\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}\frac{p}{q}\text{tang.O} - \tfrac{4}{15}(D-\tfrac{1}{2}y)^{\frac{5}{2}}\frac{p}{q}\text{tang.O} - \frac{2B}{3}(D-\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}p\right]$$

(indien men namelijk voor D′, $D - \frac{1}{2}y$ ſtelt).

Zoo

Zoo men dezen tegenſtand en dien des driehoeks bij elkander voegt, moet de ſom den tegenſtand op den regthoek uitdrukken, men vindt deze ſom $= \frac{mvp^2q}{2}\left[\tfrac{2}{3}B(D+\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}} - \tfrac{2}{3}B(D-\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}\right] = \tfrac{1}{3}mBv\left((D+\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}} - (D-\tfrac{1}{2}y)^{\frac{3}{2}}\right)p^2q$ deze waardijen met die in §. 87 gevonden vergeleken, komen, daar $pB = u$ en $pq =$ ſin. λ ſin. $\eta =$ ſin. δ is, volkomen met elkander overeen.

Indien AB in den waterſpiegel ligt, is $D = \tfrac{1}{2}y$; welke waardij voor D ſtellende, wordt de equatie voor den tegenſtand op den driehoek BbC $\frac{m}{5}vp^2 \text{ tang. O.} (y)^{\frac{5}{2}}$, en die op het ſtuk ABab, $mvpq\left(\frac{B}{3}(y)^{\frac{3}{2}}p - \tfrac{2}{5}(y)^{\frac{5}{2}}\frac{p}{q} \text{ tang. O.}\right)$ wier ſom $\tfrac{1}{3}mvp^2qB(y)^{\frac{3}{2}}$ is, naar §. 88; doch wier verſchil, de laatſte van de eerſte aftrekkende, $mvpq\left(\frac{2p}{5q}(y)^{\frac{5}{2}} \text{ tang. O} - \frac{pB}{3}(y)^{\frac{3}{2}}\right)$ is; wijders heeft men voor den geheelen driehoek CBD, $y = qC$, en de tegenſtand $= \frac{m}{5}vp^2.q^{\frac{5}{2}}C^{\frac{5}{2}} \text{ tang. O} = \frac{m}{5}vp^2q^{\frac{5}{2}}C^{\frac{3}{2}}B$, voor den driehoek ACB, $mvpq^{\frac{5}{2}}\left(\frac{pB.C^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{pC^{\frac{5}{2}} \text{ tang. O}}{5}\right) = \frac{2m}{15}vp^2q^{\frac{5}{2}}C^{\frac{5}{2}} \text{ tang. O}$ $= \frac{2m}{15}vp^2q^{\frac{5}{2}}C^{\frac{3}{2}}B$ voor B, C tang. O ſtellende; dus is de tegenſtand op eenen regthoekigen driehoek, welke met de punt B naar boven ſtaat, tot dien op den zelfden driehoek met de punt naar onder gekeerd $= 3:2$.

ACBD zij een horizontaal en tevens verticaal hellend Parallelogram, wiens zijden $AB = B$, $BD = C$ zijn, de lijn Bp zij in het vlak van dit parallelogram loodregt op CDp, BC de diagonaal, en in den driehoek BCD $bc = x$. Fig. 23.

In de algemeene equatie voor den horizontalen tegenſtand in de vorige § gevonden $\iint \frac{mv}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}du\,dy\,pq$, is $u = px$ en $y = Bn.q$; voorts $\angle BDp$, h noemende, is $Bn = Bc$ ſin. h, en Bc, C′ noemende $y = C'$ ſin. $h.q$; dus de tegenſtand $= \iint \frac{mv}{2}(D'+C'q \sin. h)^{\frac{1}{2}}p\,dx\,dC'\,pq^2 \sin. h$, het welk $D' = 0$, of het toppunt B in den waterſpiegel zijnde, $= \int \frac{mv}{2}C'^{\frac{3}{2}}dC'\,xp^2q^{\frac{5}{2}} \sin. h^{\frac{3}{2}}$; nu is $x : C' = B : C$, of $x = \frac{B}{C}C'$ dus het integraal $\int \frac{mv}{2}C'^{\frac{3}{2}}dC'\,xp^2q^{\frac{5}{2}} \sin. h^{\frac{3}{2}}$ ook $= \frac{m}{5}vp^2q^{\frac{5}{2}}\frac{B}{C}C^{\frac{5}{2}} \sin. h^{\frac{3}{2}}$; 't welk $C = C'$ zijnde, den tegenſtand op den $\triangle CBD$ geeft $= \frac{m}{5}vp^2q^{\frac{5}{2}}C^{\frac{3}{2}}B \sin. h^{\frac{3}{2}}$.

Daar de tegenſtand op een parallelogram dezelfde is met dien des regthoeks van gelijke baſis en hoogte $= \frac{m}{3} v p^2 q B y^{\frac{3}{2}}$, hier $y = C q\, \text{ſin.}\, h$ zijnde, deze tegenſtand $= \frac{m}{3} v p^2 q^{\frac{5}{2}} B C^{\frac{3}{2}}\, \text{ſin.}\, h^{\frac{3}{2}}$; dus de tegenſtand op den anderen △ABC, welks punt naar onderen gekeerd is $= \frac{2m}{15} v p^2 q^{\frac{5}{2}} B C^{\frac{3}{2}}\, \text{ſin.}\, h^{\frac{3}{2}}$, waaruit het fraaije gevolg wordt afgeleid, dat de tegenſtand van een parallelogram tot dien van deszelfs onderſten △, tot dien des bovenſten is $= 5 : 3 : 2$.

DCMB zij de helft van het voorſte gedeelte eens vaartuigs en regtlijnig; door C en W verbeelde men zich twee loodregte vlakken, tevens loodregt op het verticaal kielvlak DE; dan is DWCMD = den regthoek NCMD + den △ DNM, zij NC B, CB C; dan is de tegenſtand op den regthoek $\frac{m}{3} v p^2 q^{\frac{5}{2}} C^{\frac{3}{2}}.B$; en zoo DN $= t$ is, die op den driehoek DNM $= \frac{2m}{15} v p^2 q^{\frac{5}{2}} C^{\frac{3}{2}} t$, dus de tegenſtand op de geheele voorzijde DCMD $= m v p^2 q^{\frac{5}{2}} C^{\frac{3}{2}} \left(\frac{5B + 2t}{15}\right)$.

§. 94.

Bij het derde ſoort van vlakken, is de kromming alleen horizontaal; zoo zij
Fig. 25. het ligchaam een parabolisch prisma, zijnde ACD, acd twee paraboliſche horizontale vlakken; zij Ao de abscisſe r, op de ordinate u en $u^2 = \pi r$, π de parameter der parabola zijnde, dus $p = \text{ſin.}\, \lambda = \frac{du}{dx} = \frac{du}{\sqrt{du^2 + dr^2}}$ en $q = 1$, dus $p\,du = \frac{du}{\sqrt{1 + \frac{dr^2}{du^2}}}$; maar $du = \frac{dr}{2} \sqrt{\frac{\pi}{r}}$ zijnde, is $\frac{dr^2}{du^2} = \frac{4r}{\pi}$, en $p\,du = \frac{du}{\sqrt{1 + \frac{4x}{\pi}}} = \frac{du}{\sqrt{1 + \frac{4u^2}{\pi^2}}}$, $\frac{2u}{\pi} = n$ ſtellende, is $du = \frac{\pi}{2} dn$ en $\frac{\pi\, dn}{2\sqrt{1 + n^2}} = p\,du$; waarvan het integraal is $\frac{\pi}{2} \log. \left(\frac{2u}{\pi} + \sqrt{1 + \frac{4u^2}{\pi^2}}\right)$, daar nu $\iint \frac{mv}{2} (D' + y)^{\frac{1}{2}}\, du\, p\, dy$ $= \int \frac{mv}{2} (D' + y)^{\frac{1}{2}}\, dy \int p\,du$ is, heeft men $\frac{mv}{3} \left((D' + y)^{\frac{3}{2}} - D'^{\frac{3}{2}}\right) \frac{\pi}{2} \log. \left(\frac{2u}{\pi} + \sqrt{1 + \frac{4u^2}{\pi^2}}\right)$; of, voor D′, D $- \frac{1}{2} y$ ſtellende, $\frac{\pi m v}{6} \left((D + \frac{1}{2} y)^{\frac{3}{2}} - (D - \frac{1}{2} y)^{\frac{3}{2}}\right) \log. \left(\frac{2u}{\pi} + \sqrt{1 + \frac{4u^2}{\pi^2}}\right)$, waar van het dubbel den tegenſtand op het geheel parabolisch prisma uitdrukt.

Den tegenſtand op den verticaal regten cylinder vindt men $\frac{mv}{2} \int (D' + y)^{\frac{1}{2}} dy \int p\, du$

q =

$q = \sin.\eta = 1$, $\eta = 90°$ zijnde; p is $= \sin.\lambda$, waar λ de hoek tevens is, aan het middelpunt in elke horizontale doorsnede des cylinders.

Wijders den radius des cylinders $= a$ stellende, is $\sin.\lambda = \frac{\sqrt{a^2-u^2}}{a} = p$, dus $p\,du = \frac{du}{a}\sqrt{a^2-u^2}$ maar $\int \frac{du}{a}\sqrt{a^2-u^2} = \int \frac{a\,du}{\sqrt{a^2-u^2}} - \int \frac{u^2 du}{a\sqrt{a^2-u^2}}$, welk integraal gevonden wordt $= \frac{a}{2} \times$ boog, wiens sinus $\left(\frac{u}{a}\right) + \frac{u}{2a}\sqrt{a^2-u^2}$, den omtrek des cirkels wiens radius 1 is, π stellende, is deze grootheid voor de halve oppervlakte $\frac{a}{2}.\frac{\pi}{4}$, $u = a$ zijnde; dus voor den geheelen cylinder $\frac{mv}{2}\int (D'+y)^{\frac{1}{2}}\,dy\,\frac{a\pi}{4}$ $= \frac{a\pi}{4}.\left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{(D-\frac{1}{2}y)}^{\frac{3}{2}}\right)\frac{mv}{3}$, voor D', $D-\frac{1}{2}y$ plaatsende; de tegenstand op den regthoek wiens hoogte y, breedte $2a$ is, vond men §. 88 $2a\left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right)\frac{mv}{3}$ dus de tegenstand op den cylinder tot dien op den regthoek $= \pi : 8 = 1 : 2,5\ldots$ en zoo D zeer groot is, in vergelijking van y, $\overline{D+y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}y\sqrt{D}$; dus de tegenstand op den cylinder wiens hoogte $2a$, radius a is $= \frac{m}{4}\pi a^2 v\sqrt{D}$.

§. 95.

Zoo het tegenstandbiedend vlak allezins kromlijnig zij, of eene dubbele kromming hebbe (courbe à double courbure), zal de formule $\frac{mv}{2}(D'+y)^{\frac{1}{2}}pq.du\,dy$ zeer ingewikkeld zijn, daar men eerst $\int pq\,dy$, en vervolgens $\int \overline{D'+y}^{\frac{1}{2}}\,dy \int pq\,du$ moet integreren.

Doch zoo het vlak kan beschouwd worden, als ontstaan uit de omwenteling eener kromme of regte lijn om haren as, is de berekening van D. JUAN's formule, bij eene zekere onderstelling zeer eenvoudig.

In de tegenstands formule $\frac{m}{2}du\,dy\,(D'+y)^{\frac{1}{2}}pq$, waar $pq = \sin.\theta$ is, is $du\,dy$ altijd het element eener verticale vlakte, welke als basis van het ligchaam mag gehouden worden. ADC zij dan eene kromme lijn, door wier omwenteling om de lijn BC als as, het vlak geboren wordt, dan is $du\,dy$, het element der doorsnede Dbr, Fig. 26.

DL $=$ Lr $= y$, Df $= dy$ zijnde, indien C den omtrek des cirkels Dbr uitdrukt, is Cdy de elementaire ring van dit cirkelvlak, BL zij, x; de rigting der beweging parallel met BC zijnde, is $\angle\theta = \angle$ Def, en fin. $\theta = \frac{\text{Df}}{\text{De}} = \frac{dy}{\sqrt{dx^2+dy^2}}$, men heeft dus $\iint \frac{mv}{2} du\, dy (D'+y)^{\frac{1}{2}} pq = \int \frac{mv}{2} C\, dy \frac{(D'+y)^{\frac{1}{2}} dy}{\sqrt{dx^2+dy^2}} = \int \frac{mv\pi}{2} \frac{y(D'+y)^{\frac{1}{2}} dy^2}{\sqrt{dx^2+dy^2}} =$ BL of x de fubnormalis der lijn ADC zijnde, is ook $\frac{dy}{\sqrt{dx^2+dx^2}} = \frac{x}{r}$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$ zijnde, of de tegenftand $= \int \frac{mv\pi}{2} y (D'+y)^{\frac{1}{2}}$ fin. $\theta\, dy = \int \frac{mv\pi}{2} \frac{(D'+y)^{\frac{1}{2}}}{r} yxdy$: Voor de fpheer is de omwentelings lijn CDA een geheel quadrant, r de radius en $y^2+x^2=r^2$ zijnde, $ydy = -xdx$, dus de tegenftand op de calot, wier chorde $2y$ is $= \int \frac{mv\pi}{2r} (D'+y)^{\frac{1}{2}} (r^2-y^2)^{\frac{1}{2}} y\, dy$; indien nu de fpheer zoo diep onder den waterfpiegel zij, dat $D'+y$, niet van D' verfchilt, heeft men voor den tegenftand $= -\frac{mv\pi}{6r} \sqrt{D'} (r^2-y^2)^{\frac{3}{2}} + C$; de tegenftand is $= 0$, indien $y = 0$ zij, dus $C = \frac{mv\pi}{6r} \sqrt{D'} r^3$, dus $y = r$ zijnde, de tegenftand op de fpheer $= \frac{mv\pi}{6} r^2 \sqrt{D'}$; voor den cirkel, bewogen volgens eene rigting loodregt op deszelfs vlak, is De $=$ Df, of fin. $\theta = 1$, dus de tegenftand $\int \frac{mv\pi}{2} y (D'+y)^{\frac{1}{2}} dy$, dus, D' zeer groot in vergelijking van y, dat is, de cirkel diep onder den waterfpiegel zijnde, $= \int \frac{mv\pi}{2} y\, dy \sqrt{D'} = \frac{mv\pi}{4} y^2 \sqrt{D'} + C$; maar de tegenftand verdwijnt, zoo $y = 0$ is, dus $C = 0$, en de tegenftand $= \frac{mv\pi}{4} y^2 \sqrt{D'}$, en $y = r$ zijnde $\frac{mv\pi r^2}{4} \sqrt{D'}$; derhalve is de tegenftand op de fpheer, tot dien op deszelfs grootften cirkel $= 2 : 3$. Indien ADC eene regte lijn, of het ligchaam een kegel zij, is fin. $\theta = \frac{r}{h}$, r de radius van den bafis, h de hoogte des kegels zijnde, en de tegenftand $= \frac{mv\pi}{4} \frac{r^3}{h} \sqrt{D'}$, indien de diepte D' zeer groot is in vergelijking van r; dus de tegenftand tot dien op den grooten cirkel $= r : h$.

De tegenftand op eenen cirkel, welke op eene groote diepte onder water ligt $\frac{m}{4} \pi r^2 v \sqrt{D}$ zijnde, is dus dezelfde met dien op den cylinder, wiens hoogte $2r$, en die tot bafis den cirkel van gelijke diameter heeft.

Daar

Daar zeer zelden, ja nimmer, eenig ſchip onder water, een volmaakt uit de omwenteling eener lijn om een' as geboren vlak (ſolide de revolution) zij, en deze berekening voor andere ligchamen ingewikkeld is, zullen wij hier de manier opgeven, waarop men bij nadering, doch met voldoende naauwkeurigheid, den tegenſtand op elke oppervlakte, uit dien op den regthoek, ſteeds vinden kan.

§. 96.

Men verdeele het ſchip, zoo als in §. 16 gezegd is, in trapeziale ligchaamen, wier buitenſte oppervlakte, zoo als $abb'a'$, het vlak van het ſchip, 't geen tegen het water botst, uitdrukken; men berekene den tegenſtand op elk dezer vlakken, naar dat zij, of in de rigting der kiel B A, of in die welke perpendiculair op deze is, *1a* bewogen worden; zoo zal in het eerſte geval de ſom van den tegenſtand op elk vlak den geheelen tegenſtand van voren, en die van het tweede geval den zijdelingſchen tegenſtand uitdrukken. Fig. 4.

In §. 86 werd bewezen, dat op een' regthoek, wiens breedte $x = \frac{u}{p}$, verticale hoogte y, en de diepte van 't middelpunt onder water D is, de tegenſtand $= \frac{1}{2} m v$ ſin. λ ſin. $\eta\, y\, D^{\frac{1}{2}}$ zijn moet. Waar ſin. $\theta =$ ſin. λ ſin. η, het product van de ſinusſen der horizontale en verticale helling van het vlak te kennen geeft. y is dan $= 1p$, de afſtand der vlakken, $\lambda = \angle aba''$ in elk vlak, zijnde ba'' evenwijdig met AB, dus ſin. $\lambda = \frac{aa''}{ab}$; de hoek $\eta = \angle a'aa''$ en ſin. $\eta = \frac{aa'''}{aa'}$, $u =$ aa''; voorts is D voor de eerſte lage $= \frac{1}{2}$ (1p), voor de tweede $1p + \frac{pq}{2}$ enz.

Men kan op deze wijze voor elk vlak $abb'a'$, $bcc'b'$, $dc'dc'$ enz., de diepte D, de hoogte y en wijdte u, benevens den ſinus λ en ſinus η, berekenen, welke, met $\frac{1}{2} m v$ vermenigvuldigd, den tegenſtand op het vlak geven; de ſom zal den ganſchen tegenſtand op het vlak uitdrukken. Men zie hier over 't geen in de gevolgen op dit hoofdſtuk word gezegd.

De tegenſtand van voren dus gevonden zijnde, kan men den zijdelingſchen zeer gemakkelijk bepalen; want daar de vlakken dezelfde blijven, en alleen hunne rigting

ver-

verandert, heeft men in de formule $\frac{1}{2} m v u y D^{\frac{1}{2}}$ fin. θ alleen θ en u te veranderen, daar nu fin. $\theta =$ fin. λ fin. η is, waar $\lambda = a''ba$, $\eta = a'aa'''$ bij den tegenftand van voren is, is bij den zijdelingfchen tegenftand $\lambda = baa''$, en η dezelfde grootheid; men heeft dus $\frac{1}{2} m v y D^{\frac{1}{2}}$ fin. η, flechts met fin. $baa'' \times \frac{u}{\text{tag. } aba''}$, voor u, $\frac{u}{\text{tag. } \lambda}$ ftellende, of de geheele formule $\frac{1}{2} m v u y D^{\frac{1}{2}}$ fin. λ fin. η met $\left(\frac{\text{cof.}\lambda}{\text{fin. }\lambda}\right)^2 = \overline{(\text{cot.} aba'')}^2$ te vermenigvuldigen, zoo zal het product den zijdelingfchen tegenftand uitdrukken, voor het voorfte gedeelte van het fchip. Om den zijdelingfchen tegenftand voor het achterfte gedeelte te berekenen, ga men op dezelfde wijze te werk als boven reeds gezegd is, men verdeele de ganfche oppervlakte in trapezia, zoeke de hoeken λ en η, en berekene den tegenftand tegen elk vlak naar de formule $\frac{1}{2} m v u y D^{\frac{1}{2}}$ fin. λ fin. η; de fom dezer tegenftanden zal den ganfchen zijdelingfchen tegenftand op het achterfte gedeelte van het fchip geven; terwijl, zoo de gedaante van het fchip naar den voorfteven niet veel van die naar den achterfteven verfchilt, en men de uitterfte naauwkeurigheid niet behoeft in acht te nemen, de ganfche zijdelingfche tegenftand, aan den tegenftand van voren, vermenigvuldigd met het vierkant van den cotangens der horizontale helling, zal mogen gelijk gehouden worden. D. JUAN berekende op deze eerstgezegde wijze naauwkeurig den tegenftand op het fchip 't welk wij ten voorbeeld namen, zoo wel van voren, als van ter zijde, en vond den eerften $= 282 mv$, den anderen $3198 mv$, het fchip $19\frac{1}{2}$ voeten diep gaande, m het gewigt van een cubicq voet waters, en v de fnelheid der beweging onderftellende.

§. 97.

Naar de gewone theorie is de algemeene uitdrukking voor den horizontalen tegenftand $\int\int \frac{m v^2}{4g} ppqqdudy$ §. 89.

Voor het eerfte geval, of de regtlijnige regthoekige oppervlakten, zijn p en q onveranderlijke grootheden, en daar u niet van y afhangt, zal de tegenftand $= \frac{mppqqvvuy}{4g}$ zijn.

In het tweede geval, de vlakte wel regtlijnig, doch niet regthoekig zijnde, zijn

p en q wel onveranderlijk, doch u eene functie van y, en dus de tegenſtand $= \frac{mvvppqq}{4g} \int fy \,.\, dy$ waar $u = f.y$ is.

Voor het derde geval geeft de gewone theorie $\frac{mvvqq}{4g} \int dy \int p^2 du$.

In het vierde $\frac{mvv}{4g} \iint p^2 q^2 dy\, du$.

Het eerſte geval is in het vorige hoofdſtuk reeds behandeld; wij zullen hier dan alleen, om het verſchil der beide theorien te doen zien, aanmerken, dat de tegenſtand naar D. JUAN is, tot dien der gewone theorie $= \left(\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}}\right) : \frac{3vypq}{4g}$ of zoo de vlakken aan den waterſpiegel raken, $D = \frac{1}{2}y$ zijnde, $= 21\frac{1}{3} \sqrt{y} : vpq$; alleen dan, in gevalle de ſnelheid $= 21\frac{1}{3} \times$ wortel der verticale hoogte van het vlak gedeeld door pq is, kan de tegenſtand naar beide gelijk zijn, doch in alle andere gevallen zal dezelve verſchillen, en voor eene ſnelheid van twee à drie voet in het ſecunde, bij eene diepte van een à twee voet, zal de tegenſtand, naar DON JUAN, meer dan vijfmaal grooter zijn dan naar de gewone theorie.

In het tweede geval, vindt men den tegenſtand op den driehoek bBC Fig. 22.
$\frac{p^2q^2mvv}{4g} \int u\,dy$, $\frac{u}{p} = \frac{y}{q}$ tang. O zijnde, $= \frac{p^3q\,mvv}{8g} y^2$ tang. O, en dien op het ſtuk AaBb, waar $\frac{u}{p} = ab = B - \frac{y}{q}$ tang. O is, $\frac{p^2q^2mvv}{4g}\left(pBy - \frac{py^2 \text{ tang. O}}{2q}\right)$; voor den geheelen driehoek is $y = qC$, en dus de tegenſtand op den driehoek BCD $= \frac{mp^3q^3}{8g}$ CC tang. O $.\, vv = \frac{mp^3q^3}{8g} CBvv$; — voor den driehoek ABC $\frac{p^2q^2mvv}{4g}\left(pBCq - \frac{pC^2q^2}{q}\text{tang.O}\right) = \frac{mp^3q^3vv}{8g}\left(2BC - C^2 \text{ tang.O}\right) = \frac{mp^3q^3}{8g} CBvv$, beide waardijen en dus de tegenſtand even groot, naar D. JUAN's theorie is deze $= 3 : 2$ §. 91.

Voor het trapezium DCBM, volgens ED bewogen, zal dan de tegenſtand zijn Fig. 24.
$= \frac{p^3q^3mvv}{4g} NC.C + \frac{p^3q^3mvv}{8g}$ CC tang. O $= \frac{mvv \text{ ſin. } \theta^3}{4g}\left(NC + \frac{DN}{2}\right)C$; naar de theorie van D. JUAN was dezelve §. 93, $mvp^3q^{\frac{5}{2}} C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{NC}{3} + \frac{2DN}{15}\right)$ welke waardijen zeer verſchillende zijn.

Voor het derde geval geeft de gewone theorie den tegenſtand $= \frac{mvvqq}{4g} \int dy \int pp\,du$;

voor het Parabolisch prisma $p = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{4u^2}{\pi^2}}}$ zijnde, is $\int ppdu = \int \frac{\pi\pi du}{\pi\pi + 4u^2}$, $= \frac{\pi}{2} \times$ boog wiens tang. $\frac{2u}{\pi}$ is, derhalve is de tegenstand $= \frac{mvvy}{8g}\pi \times$ boog wiens tang $\left(\frac{2u}{\pi}\right)$, $g = 1$ zijnde.

Voor den tegenstand op een cylinder verticaal geplaatst, heeft men $pp = \frac{a^2 - u^2}{a^2}$, dus $\int ppdu = \int \frac{(a^2-u^2)}{a^2} du = u - \frac{u^3}{3a^2}$, en $u = a$ den radius des cylinders stellende, is de tegenstand $= \frac{mvvy}{4g} \left(\frac{2a}{3}\right)$; voor den regthoek, wiens hoogte y, breedte a is, is de tegenstand $\frac{mvvy}{4g} . a = \frac{1}{6} : \frac{1}{4} = 2 : 3$.

§. 98.

Voor het vierde geval, geeft de gewone theorie, eene fraaije oplossing bij alle Fig. 26. oppervlakten uit de omwenteling eener lijn om eene as geboren: AQC zij een ligchaam ontstaan uit de omwenteling der lijn ADeC om de as BC; men stelle zich dit ligchaam voor als bewogen in eene vloeistof naar de rigting BC; de tegenstand op de geheele oppervlakte zij $= X$, die op het vlak der basis, zijnde een cirkel, wiens middellijn ABQ $= 2r$ is, A; de tegenstand op het stuk DbrC zij s, en die op de basis DbrL, wier middellijn DLr $= 2y$ is, zij t; dan is $\int ds = X$ en $\int dt = A$. Het vlak DbrL: het vlak BAMQ $= t : A$; BL zij x, DL, y abscisse en applicate der lijn ADC; nu is de inhoud van het vlak Dbr $= \pi yy$, die van het vlak AMQ $= \pi rr$ [π het Ludolphsche getal 3,141 enz. zijnde]; dus $y^2 : r^2 = t : A$; en $t = \frac{Ay^2}{r^2}$: differentierende, is $dt = \frac{2A}{rr} y dy$, de tegenstand op den ring, wiens breedte Df, middellijn Dr is; wijders is de regtstandige tegenstand op den ring Df, tot dien op den gordel, wiens breedte De is $= 1 : \overline{\text{sin. Def}}^n$: naar de gewone theorie is $n = 2$; maar sin. Def $= \frac{dy}{dz}$ zijnde, is ook $dt : ds = 1 : \left(\frac{dy}{dz}\right)^n$, en dus $ds = \frac{2A}{rr} \left(\frac{dy}{dz}\right)^n y dy$ de tegenstand op den gordel De; het integraal hiervan zal dan

dan den tegenſtand op de geheele oppervlakte ACQM uitdrukken, of $\int ds = X$ $= \int \frac{2A}{rr}\left(\frac{dy}{dz}\right)^n y\,dy$ zijn.

Naar de gewone theorie is de tegenſtand op het vlak, wiens horizontale breedte du is, $\int \frac{mv^2}{4g} y\,du$, in den cirkel is $y^2 + u^2 = r^2$, dus $y\,du = \frac{y^2\,dy}{\sqrt{rr-yy}}$ en $\int \frac{mv^2}{4g} y\,du = \frac{mv^2}{4g}\left(-\frac{y}{2}\sqrt{rr-yy} + \frac{r^2}{2}\int\frac{dy}{r^2-y^2}\right) = \frac{mv^2}{4g}\left(-\frac{y}{2}\sqrt{rr-yy} + \frac{rr}{2}\text{boog wiens ſin.}\frac{y}{r}\right)$; en op den quadrant ($y = r$ zijnde) $= \frac{mv^2 r^2 \pi}{4g\cdot 4}$, waaruit $A = \frac{mv^2 r^2 \pi}{4g}$, hetwelk voor A plaatſende komt de tegenſtand op de geheele oppervlakte $= \int \frac{2A}{rr}\left(\frac{dy}{dz}\right)^n y\,dy$ $= \int \frac{mv^2\pi}{2g}\left(\frac{dy}{dz}\right)^n y\,dy$: voor den kogel is $dy : dz = x : r$, dus $\int\left(\frac{dy}{dz}\right)^2 y\,dy$ $= \int \frac{x^2 y\,dy}{r^2} = \frac{y^2}{2} - \frac{y^4}{4r^2}$ ($x^2 = r^2 - y^2$ zijnde), en voor de geheele lijn CDA, of voor den halven kogel $y = r$ zijnde, is $\frac{mv^2\pi}{2g}\cdot\frac{r^2}{4} = \frac{A}{2}$ de tegenſtand; dus de tegenſtand op een' kogel, naar de gewone theorie, de helft is van dien op deszelfs grootſten cirkel.

Indien de kromme lijn ADC eene parabola is, welker absciſſe $CL = x$, ordinate $LD = y$ is, p de parameter zijnde, is $y^2 = px$ en $\int\left(\frac{dy}{dz}\right)^2 y\,dy = \int\frac{p^2 y\,dy}{p^2 + 4py}$ $= \frac{pp}{8}\log.\left[1 + \frac{4y^2}{p^2}\right]$; dus de tegenſtand $= \frac{mv^2\pi pp}{16g}\log.\left[1 + \frac{4r}{p}\right]$.

Zoo ADC eene regte lijn, en het ligchaam dus een regte kegel zij, wiens hoogte BC, heeft men $\frac{dy}{dz} = \text{ſin.}\,h$ ($2h$ de hoek aan den top zijnde), en de tegenſtand $= \frac{mv^2\pi}{4g} rr\,\overline{\text{ſin.}\,h}^2$, tot welken de tegenſtand op de baſis ſtaat als $1 : \text{ſin.}\,h^2 = H^2 : r^2$; (H de zijde des kegels zijnde) indien nu de hoogte $BC = AB = r$ is, is de tegenſtand op den kegel, de helft van dien op de baſis, en dus dezelfde met dien op den kogel waarin de kegel beſchreven is.

§. 99.

Indien de ſchuinſche tegenſtand als de enkelvoudige ſinus der helling ware, zoude $n=1$, $S=\frac{mv^2\pi}{2g}\int\left(\frac{dy}{dz}\right)ydy$ zijn; voor den kogel, $\frac{dy}{dz}=\frac{x}{r}$ zijnde, is $\int\frac{xydy}{r}$ 't welk ($ydy=-xdx$ zijnde) $=\frac{-x^3}{3r}+C$; maar de tegenstand is nul, indien $x=r$ wordt, dus $C=\frac{r^2}{3}$, en voor den halven kogel $x=0$ zijnde, is $\frac{r^2}{3}=\int\frac{xydy}{r}$; dus de tegenstand $S=\frac{mv^2\pi}{2g}\frac{r^2}{3}$; twee derden van dien op den grooten cirkel.

In de parabola $\int\left(\frac{dy}{dz}\right)ydy=\int\frac{pydy}{\sqrt{p^2+4y^2}}=\frac{p}{4}\sqrt{(pp+4yy)}$; en dus de tegenstand $=\frac{mv^2\pi\cdot p}{8g}\sqrt{(pp+4yy)}$.

Voor den kegel $\int\left(\frac{dy}{dz}\right)ydy=\frac{y^2\,\text{fin.}\,h}{2}$, en dus de tegenstand $=\frac{mv^2\pi}{2g}\cdot\frac{rr}{2}\text{fin.}\,h$, 't welk tot den tegenstand op de basis diens kegels staat $=\text{fin.}\,h:1=r:H$.

Naar §. 74 is voor den schuinschen tegenstand bij nadering $4000+10000\,\overline{\text{cof.}\,x}^2-4000\,\text{cof.}\,x$; of zoo men den regten tegenstand $=1$ stelt, $\overline{\text{cof.}\,x}^2-0{,}4\,\text{cof.}\,x+0{,}4$ waar $x=\angle fDe$; men heeft dus, naar de vorige § $dt:ds=1:\text{cof.}\,x^2-0{,}4\,\text{cof.}\,x+0{,}4$, en $ds=(\text{cof.}\,x^2-0{,}4\,\text{cof.}\,x+0{,}4)\,dt=\frac{2A}{rr}(\text{cof.}\,x^2-0{,}4\,\text{cof.}\,x+0{,}4)\,ydy$; voor cof. x, $\frac{x}{r}$ stellende, is $s=\frac{2A}{rr}\int-\left(\frac{x^3dx}{rr}-\frac{0{,}4x^2dx}{r}+0{,}4xdx\right)$, ($ydy=-xdx$ zijnde), en integrerende $s=-\frac{2A}{rr}\left(\frac{x^4}{4rr}-\frac{0{,}4x^3}{3r}+0{,}2x^2\right)+C$.

Indien $x=r$, is de tegenstand $=0$, dus $C=\frac{2A}{rr}\left[\frac{r^2}{4}-\frac{0{,}4r^2}{3}+0{,}2r^2\right]=\frac{19}{30}A$. Wijders $x=0$ stellende, zal de tegenstand op den kogel zijn $s=\frac{19}{30}A$. Indien men den tegenstand op den grootsten cirkel eens kogels of A 30 stelt, is die op den kogel naar D. JUAN's theorie, en de enkelvoudige reden van den sinus 20, naar de gewone theorie of de verdubbelde reden 15; volgens de formule bij nadering 19; doch volgens eene proeve van EYTELWEYN (*) 23,66.

Verdere onderzoekingen nopens de gedaante, welke een ligchaam hebben moet om den minsten tegenstand te lijden, gaan wij voorbij, daar de wet van den tegenstand

(*) *Saml. nutzl. Aufsätze die Baukunst betreffend. Jahr 1793. I B. p. 53.*

ſtand op ſchuinſche vlakken onzeker is; wij willen onzen lezer liever wijzen naar 't geen in de ſchriſten van BERNOUILLI, EULER en D. JUAN hier over gezegd is, daar wij thans meenen de beide theorien, ten aanzien van den door haar te berekenen tegenſtand op allerlei oppervlakten, genoegzaam verklaard te hebben.

GEVOLGEN.

Een parallelogram, wiens horizontale zijde B, de andere C genoemd worde, zij met de bovenſte zijde in den waterſpiegel, en worde bewogen in eene rigting die horizontaal met het vlak een' hoek λ, verticaal een' hoek η maakt, ſin. λ, p, ſin. η, q noemende, dan is de horizontale tegenſtand op dit parallelogram $\frac{m}{3} v \mathrm{B} y^{\frac{3}{2}} p^2 q$, y de loodregte hoogte des parallelograms uitdrukkende, en $y = \mathrm{C}$ ſin. h ſin. η; h de hoek des parallelograms zijnde.

Dit parallelogram door den diagonaal in twee $\triangle\triangle$ deelende, is de tegenſtand op den onderſten $\triangle = \frac{2}{15} m v \mathrm{B} y^{\frac{3}{2}} p^2 q$; en die op den bovenſten $\frac{1}{5} m v \mathrm{B} y^{\frac{3}{2}} p^2 q$.

Om den tegenſtand tegen een ſchip van voren te berekenen, verdeele men deszelfs huidvlakte in parallelogrammen, elk niet hooger of breeder, dan dat zij, niettegenſtaande de kromming van het ſchip, voor bijna vlak mogen gehouden worden, indien dan D de diepte van het middelpunt van zulk een vlak onder den waterſpiegel, x de breedte, y de loodregte diepte, $xp = u$, $p =$ ſin. λ, $q =$ ſin. η, is de tegenſtand $\frac{1}{3} m u y v$ ſin. λ ſin. $\eta \sqrt{\mathrm{D}}$ van voren, en $\frac{m}{2} \frac{uv}{\text{tag. } \lambda} y$ coſ. λ ſin. $\eta \sqrt{\mathrm{D}}$ op zijde $=$ den tegenſtand van voren, vermenigvuldigd met $\overline{\text{cot. } \lambda}^2$.

Naar de gewone theorie is de tegenſtand op een parallelogram $\frac{m}{64} v^2 p^2 q^2 u y$, die op elken driehoek $\frac{m}{128} v^2 p^2 q^2 u y$ voor beide dezelfde; dus het huidvlak van het ſchip van voren in vlakken deelende, verkrijgt men uit derzelver ſom den tegenſtand van voren, welke, met cotang. λ^2 vermenigvuldigd, den zijdelingſchen tegenſtand geeft. — De tegenſtand van elk ſchip, zoo van voren als van ter zijde, kan op de navolgende wijze ſteeds bepaald worden, terwijl deze manier zelve tevens een nieuw

 be-

bewijs geeft van het groote nut, 't welk men van uitvoerige scheepsteekeningen, naar de horizontale en verticale projectien, trekken kan.

Men deele de diepte der scheepsholte, van de waterlijn tot op de kiel gerekend, of de lijn B R (Fig. C), in zoo vele deelen, als men parallelogrammen boven elkander heeft, of in zoo vele evenwijdig horizontale lagen als men de huidvlakte van het schip deelen wil; door elk der deelpunten B, E, H, L, O, trekke men evenwijdige met A B C (fig. C), die de middellijnen zijn der horizontale scheepsdoorsneden op deze hoogten; men bepale de vlakken dezer doorsneden door afmeting der perpendiculairen in elk derzelve, zoo als in de Iste Afdeeling §. 7. gezegd is, en ontwerpe derzelver juiste teekening, zoo als in fig. D. — Onderstellen wij nu, bij voorbeeld, dat vijf horizontale lagen of doorsneden op gelijken afstand, zoo als fig. C, genomen zijn, welker loodregte hoogte of afstand B E, = E H enz., en regtstandige breedte B I, I II enz. naar voren, B 1, 1 2 naar achteren, zoodanig genomen zijn, dat, zoo als men spoedig uit de teekening D kan opmaken, geene der vlakken een te aanmerkelijke kromming hebbe; dan zal elk vierzijdig figuur, in fig. D, zoo als $\alpha\beta\gamma\delta$, a'' a''' L H enz. de horizontale projectie zijn van het parallelogram, 't welk boven hetzelve staat, daar de regtstandige, op elk der vier punten opgerigt, door de hoekpunten van dit parallelogram gaan zullen; zoo is a B a' E de horizontale projectie van het middelste parallelogram in de bovenste lage, a' a'' H E, die der volgende onmiddellijk onder het eerste, zoo is ook $\alpha\beta\gamma\delta$ de horizontale projectie van het derde parallelogram in de vierde lage, van boven naar onderen gerekend.

Indien dan de zijdelingsche tegenstand $\frac{1}{3} m u y v$ sin. λ sin. η $\sqrt{D}$ is, waar u de breedte van een parallelogram = B I (fig. C); of I 1 (fig. D) uitdrukt, y de diepte = B E (fig. C) of regtstandige hoogte van elk parallelogram is, zijn de hoeken, welke de perpendiculairen op a c (fig. D) met de waterlijnen maken, zoo als E B a, H E a' O L a''', $\alpha\gamma\delta$ elk = λ, voor de bovenste zijde der parallelogrammen, en dus = $\frac{I\,1}{aB}$, $\frac{I\,1}{aE}$, $\frac{I\,1}{La'''}$, $\frac{I\,1}{\gamma\delta}$ de waardijen van sin. λ aan de bovenste zijden, terwijl $\frac{I\,1}{Ea'}$, $\frac{I\,1}{Ha''}$, $\frac{I\,1}{Oa''''}$, $\frac{I\,1}{\alpha\beta}$; de waardijen van sin. λ voor de onderste zijden zijn,

dus

dus in 't gemeen, fin. λ gelijk aan de fom der twee zijden, vermenigvuldigd met de halve breedte I ı, gedeeld door het product dier zijden, of fin. $\lambda = \left(\frac{\gamma\delta + \alpha\beta}{\gamma\delta \cdot \alpha\beta}\right) \frac{I\,\imath}{2}$ zoo vindt men λ de horizontale helling van het parallelogram op de rigting der beweging.

Om de verticale helling η te vinden, rigte men in elk geprojicieerd parallelogram, of elken vierhoek in fig. D, op de onderfte zijde b. v. O a'''', of $\alpha\beta$ een regtftandige p q, of $\epsilon\delta$ tot de tegen overftaande zijde a'''L of $\gamma\delta$; dan is, naar den aard dezer projectie, de hoogte B E gedeeld door p q, de tangens van den hoek der verticale helling van het parallelogram, 't welk boven O a'''' L a''' ligt, of tang. $\eta = \frac{BE}{pq}$ voor dit parallelogram; even zoo tang. $\eta = \frac{BE}{\epsilon\delta}$ voor de verticale helling van het derde parallelogram naar den voorfteven, in de vierde lage. Op deze wijze kan men door afpasfing der zijden $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, den hoek λ, en uit de regtftandige $\epsilon\delta$ de helling η voor elk parallelogram vinden; wijders is D de diepte van het middelpunt des parallelograms onder water ook gegeven, benevens m het gewigt van een cubicq voet waters in ponden, en dus de geheele formule $\frac{1}{2} m u \gamma v$ fin. λ fin. $\eta \sqrt{D}$, waarin v hier de zijdelingfche fnelheid van het fchip uitdrukt, door berekening te vinden is.

Indien de zijden der geprojicieerde vlakken in fig. D niet veel van het evenwijdige onderling verfchillen, is de regtftandige $\epsilon\delta$, of p q, waaruit de verticale helling bepaald wordt, ook voor zulk een vlak nagenoeg overal even groot, doch zoo het verfchil aanmerkelijk is, moet men een midden nemen uit de meest verfchillenden, bij voorbeeld, $\epsilon\delta$ en $\alpha\xi$, dan zal tang. $\eta = \frac{BE}{2}\left(\frac{\epsilon\delta + \alpha\xi}{\epsilon\delta \cdot \alpha\xi}\right)$ zijn.

Doch men kan den hoek η op eene andere, en welligt juistere wijze vinden, te weten: uit den aard der geprojicieerde vlakken volgt het, dat in elken vierhoek (fig. D), de zijden, die deelen der perpendiculairen zijn, zoo als, bij voorbeeld, $\beta\delta$ ftaat tot de gemeene loodregte hoogte B E, als cofec. λ tot tang. η, of $\beta\delta$: B E $= \frac{1}{\text{fin.}\,\lambda}$: tang. η, dus tang. $\eta = \frac{BE}{\beta\delta \cdot \text{fin.}\,\lambda}$, en tang. $\eta = \frac{BE}{\alpha\gamma \cdot \text{fin.}\,\lambda}$, dus voor de gemiddelde helling η, tang. $\eta = \frac{BE}{2}\left(\frac{\beta\delta + \alpha\gamma}{\beta\delta \cdot \alpha\gamma\ \text{fin.}\,\lambda}\right)$ waar λ de hoek van $\alpha\beta$ met den perpendiculair αx uitdrukt.

De-

Deze manier is daarom boven de eerfte verkieslijk, om dat men met geene regtftandige zoo als $\epsilon\delta$ fig. D noodig heeft, wier teekening moeijelijk is en het plan ontfiert.

De op deze wijze berekende tegenftand voor elk vlak, bij elkander gevoegd, zal den geheelen zijdelingfchen tegenftand geven, en zoo men $\frac{1}{8} m u y v$ fin. λ fin. $\eta \sqrt{D}$ dus gevonden, met $\overline{\text{cotang.}\,\lambda}^2$ vermenigvuldigd, zal het product, den tegenftand op het zelfde parallelogram van voren, en de fom derzelven, den geheelen tegenftand van voren geven; even zoo heeft men ook alle de deelen in de formule $\frac{m}{64} y v\, \overline{\text{fin.}\,\lambda}^2\, \overline{\text{fin.}\,\eta}^2\, u y$ welke den tegenftand op het zelfde parallelogram, naar de gewone theorie, uitdrukt, nu bekend, en kan dus den tegenftand, welke allerlei vaartuigen, hoedanig hunne gedaante ook zijn moge, naar de beide theorien lijden moeten, uit de teekening, met vereischte naauwkeurigheid fteeds berekenen.

VIERDE HOOFDSTUK.

OVER DEN TEGENSTAND BIJ DEN REGTEN EN SCHUINSCHEN KOERS, EN DESZELFS AFWIJKING.

§. 100.

Fig. 27. ABCD zij de regthoekige waterlijn van een fchip, 't welk in de rigting FX bewogen wordt, men onderftelle de gedaante onder water een parallelepipedum, en den voorfteven een regtftandig vlak, welks breedte CD is, de hoek AFX zij ϕ, dan is de tegenftand regtftandig op den voorfteven, naar D. JUAN $\frac{m}{3} v \,.\, CD \,.\, y^{\frac{1}{2}}$ cof. ϕ^2, en die op de zijde $\frac{m}{3} v \,.\, AB \,.\, y^{\frac{1}{2}}$ fin. ϕ^2 §. 85; de eerfte zij $= F\epsilon$, de andere $F\gamma$; dan is de diagonaal $F\delta$ de vereenigde tegenftand, en $F\delta$ de kracht, welke er vereischt wordt

wordt om het ſchip naar FX te bewegen; nu is $F\delta = \sqrt{(F\gamma^2 + F\varepsilon^2)}$ $= \frac{m v y^{\frac{1}{2}}}{3} \sqrt{[CD^2 \text{cof.}\phi^4 + AB^2 \text{fin.}\phi^4]}$; de hoek AFY zij ψ, dan is $\frac{\varepsilon\delta}{\varepsilon F} = \frac{AB}{CD} \overline{\text{tang.}\phi}^2$ $= \text{tang.}\,\psi$; weshalve de kracht $F\delta$, in het punt F naar de rigting FY, of onder den hoek AFY aangebragt, het ſchip naar FX bewegen zal: het punt F moet hier dan het middelpunt van den regthoek zelve zijn.

§. 101.

Indien de waterlijn eene ruit, wier zijden regtſtandig zijn, en CM de rigting der beweging is, zal de perpendiculair $n\delta$ op AD, en $m\gamma$ op AC′, beide in de helft der lijnen AD en AC opgerigt, de rigting der krachten op de zijden voorſtellen; de lijnen $n\delta$ en $m\gamma$ kruisſen elkander in de lijn AB in C, zoo nu $C\gamma$ de kracht op AC′, $C\delta$ op AD uitdrukt, is $C\varepsilon$ of de diagonaal van het parallelogram $\delta\gamma$ de gemiddelde kracht uit beiden, en de hoek $\delta C\varepsilon$ deszelfs rigting; de $\angle DAB$ $= \angle BAC'$ zij α, $\angle ACM$ ϕ, dan is $\angle CMC' = \alpha + \phi$ en $\angle ADr = \alpha - \phi$ (Dr evenwijdig met CM zijnde); dus de tegenſtand op $AC' = \frac{m v y^{\frac{1}{2}}}{3} AC'.(\text{fin.}\overline{\alpha + \phi})^2$, Fig. 28.

op $AD = \frac{m v y^{\frac{1}{2}}}{3} AD.(\text{fin.}\overline{\alpha - \phi})^2$; de eerſte $C\gamma$, de tweede $C\delta$ ſtellende, is de gemiddelde kracht $C\varepsilon$. In den $\triangle C\gamma\varepsilon$ is $\angle\delta C\gamma = 180 - 2\alpha$; $\angle\gamma C\varepsilon$ zij β; dan is $\varepsilon\gamma : C\gamma = \text{fin.}\,\beta : \text{fin.}\,\overline{2\alpha + \beta} = 1 : \text{fin.}\,2\alpha.\ \text{cot.}\,\beta + \text{cof.}\,2\alpha$, dus tang. β $= \frac{\varepsilon\gamma\,.\,\text{fin.}\,2\alpha}{C\gamma - \varepsilon\gamma\ \text{cof.}\,2\alpha}$; daar nu $\varepsilon\gamma = C\delta$ en $C\gamma$ gegeven zijn, kent men ook tang. β $\frac{(\text{fin.}\,\overline{\alpha - \phi})^2\ \text{fin.}\,2\alpha}{(\text{fin.}\,\overline{\alpha + \phi})^2 - (\text{fin.}\,\overline{\alpha - \phi})^2\ \text{cof.}\,2\alpha}$, waar door de hoek der rigting εCB $= 90 - \alpha - \beta$, die de kracht hebben moet, gevonden is: het punt C wordt uit de gelijkvormige driehoeken AC′F en ACm bepaald; men heeft hier $AC' : AF = AC : Am$, maar $Am = \frac{1}{2} AC'$, $AF = AC'$ cof. α zijnde, is AC $= \frac{Am\,.\,AC'}{AF} = \frac{AC'^2}{2AF}$, dus $FC = AF - \frac{\overline{AC'}^2}{2AF} = \frac{\overline{AB}^2 - \overline{CD}^2}{4\,.\,AB} =$ den afſtand van het punt C, waar de kracht moet worden aangebragt, van het midden der ruit: daar nu in deze waardij van FC de hoek ACM of de rigting niet inkomt, is C steeds het punt waarin de beweegkracht moet worden aangebragt, naar welke rigting het schip ook moge bewogen worden. Indien $CD = AB$ is $FC = 0$, doch hoe kleiner de breedte der ruit zij, des te grooter wordt de afstand FC, nimmer evenwel kan dezelve $\frac{1}{4}AB$, of een $\frac{1}{4}$ der geheele lengte worden.

Bij den regthoek valt het punt, waar de beweegkragt moet worden aangebragt, in het midden der figuur, bij de ruit op eenen afstand $\frac{AB^2 - CD^2}{4AB}$ naar den voorsteven; daar nu de waterlijn van allerlei vaartuigen tusschen deze beide figuren invalt, moet de beweegkracht of in het midden, of naar voren, doch steeds minder dan een vierde van de scheepslengte van het midden, worden aangebragt.

§. 102.

Indien de vereenigde tegenstand niet door het zwaartepunt F gaat, maar ergens in C, met eene kracht $C\varepsilon$ werkt, kan men deze kracht in $\pi\varepsilon$, $C\pi$ regthoekig zijnde, herleiden, waarvan $\pi\varepsilon$ met een vermogen $\pi\varepsilon \times CF$ werkt om het schip om de verticale as, die door het zwaartepunt F gaat, te draaijen; welk vermogen, $\pi\varepsilon = C\varepsilon$ fin. $\varepsilon C\pi = C\varepsilon$ cof. $\overline{\alpha + \beta}$, en $CF = \frac{AB^2 - CD^2}{4AB}$ zijnde,

$= \frac{C\varepsilon}{4AB}(AB + CD)(AB - CD)\ \overline{\text{cof.}\ \alpha + \beta}$ is.

Door dit vermogen zal het schip, om het zwaartepunt trachten te bewegen naar eene rigting, die van den koers afwijkt, en dit te sterker naar mate de beweegkracht kleiner zij, en verder van C naar F ligge; tevens zal dit vermogen grooter zijn bij scherp geboegde, dan bij vlakkere vaartuigen, doch altijd het schip eene draaijende beweging moeten hebben, ten zij de beweegkracht in het punt C aangebragt worde.

Indien de tegenstand op de botsende oppervlakte als in één punt vereenigd gehouden wordt, welk punt in de loodlijn van het punt C ter diepte d onder het zwaartepunt ligt, dan is het vermogen, waarmede de tegenstand $C\varepsilon$ het schip om eene horizontale as AB, door het zwaartepunt gaande, tracht te draaijen, $d.\pi\varepsilon = d.C\varepsilon$ cof. $\overline{\alpha+\beta}$, terwijl het vermogen om de as $C'D = d.C\pi = d.C\varepsilon$ fin. $\overline{\alpha+\beta}$ zijn zal. De

ver-

vermogens $d . \pi \varepsilon$, en $d . C \pi$ draaijen dan het schip om twee horizontale assen regtstandig op elkander, doch $\pi \varepsilon . CF$ dringt het vaartuig om eene verticale as, welke drie assen regthoekig zich in het zwaartepunt kruissen. In den regthoek is $F \varepsilon = C \pi$, Fig. 27 en 28.
het vermogen om de horizontale as $CD = d . F \delta$ cos. ψ, en dat om de as $AB = d . F \delta$ sin. ψ; terwijl er geene beweging om de verticale as zal plaats hebben $CF = 0$ zijnde.

§. 103.

In §. 34 werd het vermogen gevonden, 't welk het schip, om deszelfs kleine of breedte as hellende, poogt in evenwigt te herstellen $= \left(\frac{4m}{3}\int y^3 \, dx \mp O.QG\right)$ sin. $\triangle$: of $O\left(\frac{ptt C}{12q} - \frac{qC}{1+q} \mp FC\right)$ sin. $\triangle$ §. 49; men vond voor het ruitvormig prisma $\left(\frac{m}{48} A^3 B \mp O . QG\right)$ sin. $\triangle$, en voor het parallelepipedum $\left(\frac{m}{12} A^3 B \mp O\, QG\right)$ sin. $\triangle$.

Indien het schip een regten koers houdt, is $\phi = 0$ §. 98, dus ook $\psi = 0$ en $F \delta$ het vermogen, waardoor het schip, om de breedte as door den tegenstand gedrukt wordt; $\phi = 0$ zijnde, is de tegenstand van voren $= \int \frac{m}{2} v CD . y^{\frac{1}{2}} \, dy$; $d = y \mp b$ stellende, waar b de afstand is van het zwaartepunt en $+$ zoo het boven, $-$ zoo het beneden den waterspiegel valt, is $\int \frac{m}{2} v CD . y^{\frac{1}{2}} (y \mp b) \, dy$ het vermogen van den tegenstand op elk horizontaal element, wiens breedte CD is, 't welk integrerende, komt $m . CD . v y^{\frac{3}{2}}\left(\frac{y}{5} \mp \frac{b}{3}\right)$ voor het geheele vermogen, waarmede het parallelepipedum, om eene lijn die parallel met de breedte as is en door het zwaartepunt gaat, zal gedrukt worden, en welk vermogen regtstreeks tegen dat der vastheid om die as inwerkt.

Men onderstelle dan het parallelepipedum bewogen te zijn, door eene kracht die in de rigting der groote as in het zwaartepunt zij aangebragt. — Daar nu deze kracht aan het schip slechts eene horizontale beweging naar haare rigting mededeelt, moet de tegenstand op den voorsteven bij deze beweging aan de vastheid evenaren, zoo dat bij eene niet groote helling het vermogen der vastheid groot genoeg zij, om dat van den tegenstand weerstand te bieden, dus zal $\frac{m}{12}\left(A^3 B \mp O.QG\right)$ sin. $\triangle = m v B y^{\frac{3}{2}}\left(\frac{y}{5} \mp \frac{b}{3}\right)$

zijn; waaruit ſin. $\triangle = m\nu B\left[\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \mp \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right] : \left(\frac{m}{12}A^2 B \mp O.QG\right)$, $\triangle$ de hoek zijnde, waarmede de voorſteven helt, en $CD = B$ de wijdte van het ſchip; wijders QG en b zeer klein onderſtellende is ſin. $\triangle = 2{,}4\frac{\nu y^{\frac{5}{2}}}{A^2}$ voor den regthoek; voor de ruit is de vastheid $\left[\frac{m}{48}A^2 B \mp O.QG\right]$ ſin. $\triangle$, $\phi = 0$ zijnde, is tang. $\beta =$ cotang. α en

Fig. 28. $C\pi = C\epsilon$ zijnde, $d.C\epsilon$ het vermogen om de as $C'D$; d is $= y \mp b$, $C\epsilon : C\gamma = 2$ ſin. $\alpha : 1$, daar $\angle \gamma C\epsilon = 90 - \alpha$, nu is $C\gamma = \int \frac{1}{2} m\nu AC'$ ſin. $\alpha^2 y^{\frac{1}{2}} dy$, dus het vermogen $d.C\epsilon = \int m\nu AC'.$ ſin. $\alpha^2 (y \mp b) y^{\frac{1}{2}} dy = m\nu B$ ſin. $\alpha^2\left[\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \mp \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right]$, waaruit ſin. $\triangle = m\nu B$ ſin. $\alpha^2\left[\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \mp \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right] : \left(\frac{m}{48}A^2 B \mp O.QG\right)$; of b, en QG zeer klein houdende ſin. $\triangle = 9{,}6\frac{\nu y^{\frac{5}{2}}\ \text{ſin.}\ \alpha^2}{A^2}$; op dezelfde wijze, zoo $\triangle'$ de helling om de groote as beduidt, is ſin. $\triangle' = 2{,}4\frac{\nu y^{\frac{5}{2}}}{B^2}$ in den regthoek, en $9{,}6\frac{\nu y^{\frac{5}{2}}\ \text{coſ.}\ \alpha^2}{B^2}$ voor het ruitvormig prisma, QG en $b = 0$ zijnde; de tegenſtand op een horizontaal element der oppervlakte is naar het vorige $\int \frac{1}{2} m.AD.\nu.p^2 q y^{\frac{1}{2}} dy$, 't welk met $y \pm b$ vermenigvuldigd en geïntegreerd zijnde, geeſt $m\nu AD p^2 q\left(\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \pm \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right)$, en daar $C\epsilon = 2C\gamma$ ſin. α (ſin. $\alpha = p$ zijnde) ook $C\epsilon = 2m\gamma AD p^2 q\left(\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \pm \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right)$, of $p.AD = \frac{B}{2}$ zijnde, $m\nu B p^2 q\left(\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \pm \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right)$; voor de vastheid in 't gemeen $O\left(\frac{p'ttC}{12q'} \mp QG\right)$ ſin. $\triangle$, waar $O = p'q'A.B.C$, $t = \frac{B}{C}$ en y de diepte van het vaartuig is, vindt men ſin. $\triangle = m\nu B p^2 q\left(\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \pm \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right) y : O\left(\frac{p'ttC}{12q'} \mp QG\right)$.

§. 104.

De gevonden waardij voor den hoek der helling, hangt van de ſnelheid en de diepte van het vaartuig af, en neemt inzonderheid met de laatſte zeer toe: doch eer wij ver-

verder gaan, moet deszelfs waardij, voor gevallen die bij fchepen dadelijk plaats hebben, algemeen gevonden worden; wij onderftelden de beweegkracht in het zwaartepunt zelve te zijn aangebragt, doch zulks heeft bij de fchepen nimmer plaats, waar deze kracht altijd boven dit punt wordt aangebragt. De beweegkracht F, zij dan in O, welks verticaal door het zwaartepunt G gaat op eenen afftand Fig. 29. OG van dit punt, dien wij n noemen, dan moet $F.n + mvBy\left(\frac{y^{\frac{5}{2}}}{5} \pm \frac{by^{\frac{3}{2}}}{3}\right) = \left(\frac{m}{12}A^3B \mp O.QG\right)$ fin. Δ zijn, of, QG en $b = 0$ ftellende, fin. $\Delta = \frac{12Fn}{mA^3B} + \frac{2{,}4v.y^{\frac{5}{2}}}{A^2}$ in het parallelepipedum, en fin. $\Delta = \frac{48F.n}{m.A^3.B} + \frac{9{,}6vy^{\frac{3}{2}}}{A^2}$ fin. x^2 in het ruitvormig prisma bij den regten koers.

§. 105.

Tot hiertoe onderftelden wij de botfende vlakte regtlijnig en loodregt op de rigting der beweging; doch zoo dezelve wel regtlijnig, maar hellende zij tot de rigting onder een' zekeren hoek, dan moet ook de tegenftand geheel anders befchouwd worden, daar deze nu niet flechts eene horizontale, maar eene verticale ftrekking tevens moet hebben. — AB zij de vlakke hellende voorfteven, AnN het punt, waar de kracht Fig. 29. van den tegenftand als vereenigd mag befchouwd worden; wij willen dit punt het *drukpunt* noemen; de tegenftand op het vlak laat zich dan ook in twee andere oplosfen, waarvan de eene verticaal, de andere horizontaal is, zoo men de eerfte V, de andere H noemt, bij G het zwaartepunt zijnde, is $H \times GP$ een vermogen naar $P\pi$, $V \times QC$ dat in de tegenovergeftelde rigting; voorts het vermogen $F.n$ met de eerfte, en de vastheid met de tweede in rigting om de as der beweging overeenkomende, heeft men $H \times GP + F.n = V \times QC + L.$ fin. Δ; L de vastheid van het fchip om de kleine as uitdrukkende, waar Δ de helling is waarmede het fchip door eene horizontale kracht F, in de rigting der groote as werkende, met eene fnelheid v bewogen, met den voorfteven zal induiken; F eene kracht zijnde die regt op de zijde werkt, y de zijdelingfche fnelheid, en de overige lijnen regthoekig met de vorige genomen zijnde $\triangle$ de zijdelingſche helling zal uitdrukken. Naar §. 88 is de horizontale tegenſtand op het vlak, wiens doorſnede ANB $= \frac{1}{2} mv \int\int pq\,du\,dy\,(D'+y)^{\frac{1}{2}}$, dus GP' $= y \mp b$ zijnde, D' $= 0$ ſtellende, het vermogen van dien tegenſtand $= mvppq\left(\frac{y}{5} \mp \frac{b}{3}\right) x y^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} mvppq\, y^{\frac{3}{2}} x . GP$, dus GP $= \frac{3}{5} y \mp b$, $(xp = u)$.

Fig. 29. Naar §. 85 is de verticale tegenſtand bij de horizontale beweging $= \int\int m\,dx\,dy\,(\sqrt{a} \mp \frac{1}{4} v \sin.\theta)^2 \cot.\eta = \int\int \frac{1}{2} vm\,dx\,dy \sin.\theta . \cot.\eta \sqrt{a}$; daar nu $\sin.\theta = \sin.\lambda \sin.\eta$, en $a = D'+y$, ook dezen tegenſtand $V = \int \frac{1}{3} vm\,dx \sin.\lambda \cos.\eta (\overline{D'+y}^{\frac{3}{2}} - D^{\frac{3}{2}})$ of voor D', $D - \frac{1}{2} y$ ſtellende $\int \frac{1}{3} vm\,dx \sin.\lambda \cos.\eta (\overline{D+\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\frac{1}{2}y}^{\frac{3}{2}})$, en $D = \frac{1}{2} y$ zijnde, $V = \frac{1}{3} vmx \sin.\lambda \cos.\eta . y^{\frac{3}{2}}$ den verticalen tegenſtand uitdrukt, de afſtand in het vlak der kiellijn $Q'C = AC - AQ'$ zij $\frac{A}{2} - r$, ($AQ' = r$ ſtellende, A de lengte van het ſchip zijnde) dan is $V.Q'C = \int \frac{1}{2} mvx \sin.\lambda \cos.\eta (D'+y)^{\frac{1}{2}} (\frac{A}{2} - r) dy$, het vermogen der kracht V, verticaal naar boven werkende; nu is $y = r \operatorname{tang}.\eta$; 't welk voor y plaatſende, en D' $= 0$ ſtellende wordt V.QC $= \int \frac{1}{2} vmx \sin.\lambda \sin\eta \sqrt{\operatorname{tang}.\eta} \left(\frac{A}{2}\sqrt{r} - r\sqrt{r}\right) dr = \frac{1}{3} vmx \sin.\lambda \sin.\eta \sqrt{\operatorname{tang}.\eta} \left[\frac{A}{3} - \frac{2}{5} R\right] R^{\frac{3}{2}}$, $r = R$ voor het geheele vlak AB zijnde, deze waardijen in de equatie $H.GP + F.n = V.QC + L.\sin.\triangle$ ſtellende, verkrijgt men $mvppqx C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right) + Fn = \frac{1}{3} vmx \sin.\lambda \sin.\eta \sqrt{\operatorname{tang}.\eta} \left[\frac{A}{3} - \frac{2}{5} R\right] R^{\frac{3}{2}} + L \sin.\triangle$; C, de geheele diepte in plaats van y ſtellende, of daar $C = R \operatorname{tang}.\eta$ is, $\sin.\triangle = \frac{Fn}{L} + \frac{mvpqx}{L}\left[p\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right) - \cot.\eta\left(\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right)\right] C^{\frac{3}{2}}$ voor de helling van den voorſteven, en zoo men alles in de loodregte rigting verandert, voor de zijdelingſche helling.

§. 106.

'T geen wij tot dus verre aangaande de helling van den voorſteven of der zijden bij den voortgang des ſchips overwogen, is alleen toepasſelijk op zoodanige vaartuigen, welker huidvlak weinig van het regtlijnige verſchilt. Weinige vaartuigen, zoo als de bovenlandſche Aaken, Ponten, en eenige binnenlandſche ſchepen heb-

hebben, of komen nabij aan deze gedaante, doch alle groote en zeebouwende schepen, zijn te dezen opzigte zoo zeer onderling en van een regelmatig wiskundig ligchaam verschillende, dat men hare gedaante met het parallelepipedum, of de ruit niet kan vergelijken. Indien dan de gevondene equatie $H \times GP + Fn = V \times QC + L \text{ sin.} \Delta$ in 't gemeen op allerlei schepen toepasselijk wezen zal, heeft men $H \times GP = \iint \frac{1}{2} m v p q\, du\, dy\, (D' + y)^{\frac{1}{2}}\, (D' + y \mp b)$, en voor den verticalen tegenstand $\iint m\, dx\, dy\, (\sqrt{a} \pm \frac{1}{2} v \text{ sin.}\, \theta)^2 \text{ cot.}\, \eta$, naar §. 85 $V = \iint \frac{1}{2} m\, dx\, dy\, (D' + y)^{\frac{3}{2}}\, v \text{ sin.}\, \theta \text{ cot.}\, \eta$. Hoewel nu deze grootheden in vele gevallen integrabel zijn kunnen, is het nogtans voor de practijk verre verkieslijk dezelve optelossen, uit de onderstelling, dat de gansche huidvlakte van het schip in parallelogrammen verdeeld zij, voor welke men de integraal waardijen afzonderlijk berekent, uit wier som in de equatie gesteld, de verlangde helling Δ gevonden zal worden.

BC zij horizontaal en in het verticale vlak, hetwelk regtstandig op het vlak der stevens door des schips zwaartepunt gelegd wordt; t t′ n, m m′ h twee onderling en met BC evenwijdige vlakken of verticale doorsneden van het schip; dan is t m t′ m′ de huid van het schip tusschen de lijnen t m, t′ m′, m m′ en t t′ bevat, zoo nu de kromming dezer lijnen niet aanmerkelijk zij, kan men het vlak t′ m als een parallelogram beschouwen, wiens zijden t m, t′ m′ horizontaal, t t′ m′ m verticaal zijn; door p het middelpunt trekke men een lijn k u met t m t′ m′ evenwijdig, en p s op k u loodregt in het vlak van den parallelogram; uit s de loodlijn s o, en p o loodregt op k u, en horizontaal; dan is $\angle$ S p o de verticale helling van het vlak t′ m $= \angle \eta$ en s o $= \frac{\Delta y}{2}$, de loodregte hoogte van het vlak Δy stellende; uit p trekke men loodregt op het vlak BC, de lijn PQ, dan is PQ de horizontale afstand van het punt der oppervlakte p tot het vlak waarin de as der beweging ligt, PQ zij l; men verlenge PQ en make op p o eene loodlijn o r in het horizontale vlak, dan is de driehoek o p r horizontaal, en p r $= \Delta l$; voorts $\angle$ k p Q $= \angle$ r p u $= \angle$ o r p $= \lambda$. In den regtstandigen driehoek s p o uit o loodregt op p s, o ω trekkende, is o ω = op $\text{sin.}\, \eta$ = r p. $\text{sin.}\, \lambda\ \text{sin.}\, \eta = \Delta l\ \text{sin.}\, \lambda\ \text{sin.}\, \eta$, in den Δ s p o is o p = s o $\text{cot.}\, \eta = \frac{\Delta y}{2} \text{cot.}\, \eta$, Fig. 30.

en

en in den $\triangle s\,o\,\omega$, $o\omega = s\,o$ coſ. $\eta = \frac{\Delta y}{2}$ coſ. η. In de integraal waardij der vertica-le kracht V, voor dy, Δy of een eindig differentie zettende, is $V \times QC$
Fig. 29. $= \Sigma$ (*) $\frac{1}{2}\int m\,dx\,v$ ſin. θ cot. $\eta . Q'C\,(D'+y)^{\frac{1}{2}}\Delta y$, nu is $dx = \frac{du}{\text{ſin.}\,\lambda}$, ſin. $\theta =$ ſin. λ ſin. η en $\frac{\Delta y}{2} = \frac{o\,p}{\text{cot.}\,\eta} = \frac{o\,\omega}{\text{coſ.}\,\eta}$ en $Q'C = l$, dus $V.QC = \frac{1}{2} m\,u\,v\,\Sigma\,(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,2.l.o\omega$; derhalven ſin. $\triangle = \frac{F.n}{L} + \frac{1}{2L} m\,v\,u\,\Sigma\,[pq\int (D'+y)^{\frac{1}{2}}(D'+y\mp b)\,dy - 2(D'+y)^{\frac{1}{2}} l.o\omega]$: om deze formule te berekenen kan men eerst $\int (D'+y)^{\frac{1}{2}}\,(D'+y\mp b)\,dy$ integreren, $D'+y = z$ ſtellende, vindt men het volledig integraal $\frac{2}{5}(z^{\frac{5}{2}} - D'^{\frac{5}{2}}) \mp \frac{2}{3}b\,(z^{\frac{3}{2}} - D'^{\frac{3}{2}})$ en voor D', $D - \frac{1}{2}y$ plaatſende $\frac{2}{5}\left[\overline{D+\tfrac{y}{2}}^{\frac{5}{2}} - \overline{D-\tfrac{y}{2}}^{\frac{5}{2}}\right] - \frac{2}{3}b\left[\overline{D+\tfrac{y}{2}}^{\frac{3}{2}} - \overline{D-\tfrac{y}{2}}^{\frac{3}{2}}\right]$; de eerſte term door eene reeks uitgedrukt is $= \frac{5}{2}y\,D^{\frac{3}{2}}\left[1 + \frac{y^2}{32D^2} + \frac{y^4}{3413D^4} + \ldots\ldots\right]$ de andere $= \frac{1}{2}y\,b\,D^{\frac{1}{2}}\left[1 - \frac{y^2}{96D^2} - \frac{y^4}{2048D^4}\ldots\ldots\right]$; daar nu deze reekſen zeer ſterk convergeren, kan men dezelve, vooral wanneer $D > y$ wordt, aan de eenheid gelijk ſtellen, dan zal het gezocht integraal, of $\int (D'+y)^{\frac{1}{2}}\,(D'+y\mp b)\,dy = (D\mp b)\,y\sqrt{D}$ zijn. Het eerſte integraal dus naauwkeurig gevonden zijnde, berekene men de ſummaire grootheid $2(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,l.o\omega$; daar k p u een gedeelte eener evenwijdige met de waterlijn is, kan men $pQ = l$ in de ſcheepstekening door den pasſer vinden; y de loodregte hoogte van het parallelogram, is benevens de hoeken λ en η uit de teekening insgelijks te vinden, dus ook $o\omega = \frac{\Delta y}{2}$ coſ. $\eta = \frac{y}{2}$ coſ. η. D' de diepte van den bovenſten rand des parallelograms onder water is ook bekend, en dus alle de deelen der formule $2(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,l.o\omega$, wier ſom $= 2(D'+y)^{\frac{1}{2}}\,l.o\omega$ of $\left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}} l.o\omega$, waaruit ſin. $\triangle = \frac{Fn}{L} + \frac{1}{2L} m\,v\,u\,\Sigma\left[pq\,(D\mp b)\,y\sqrt{D} - \left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}} l.o\omega\right]$. Hoewel deze berekening ſlechts bij nadering zij, is zij niettemin allezins toereikende, om het vermogen van den tegenſtand, op elke oppervlakte t m t′ m, mits deze niet te zeer gebogen zij, te bepalen, en dus het ganſche vermogen, waar mede het ſchip om de breed-

(*) Σ duidt aan de ſom van de bijzondere waardijen der formule, waar voor zij geplaatst is.

breedte as hellen moet, indien het door eene kracht F bewogen wordt, en deszelfs ſnelheid v zij, te vinden.

D. JUAN vond, naar eene dergelijke formule, bij het ſchip van 152 voet lengte, 42 wijdte en $17\frac{1}{2}$ diepte in 't hol onder de waterlijn, 't welk in de I. Afdeeling ten voorbeeld diende, den eerſten term, of $\Sigma\frac{1}{2}upq(D\mp b)y\sqrt{D} = 1159$, en $\frac{1}{2}u\Sigma 2\left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}} l.o\omega = 26970$; daar wijders L de vastheid om de kleine as uitdrukt, is $L = O.\left(\int\frac{4m}{3O}y^3\,dx - QG\right)$ naar §. 34, waarin $\int\frac{4m}{3O}y^3\,dx - QG$ de hoogte van het bovenpunt $= 114{,}3$, en O de inhoud onder water $= 65670$ cub. voeten is, voorts m het gewigt van een cub. voet waters $= 64$ ℔ ſtellende, is ſin. $\triangle = \frac{F.n}{L} - 0{,}22v$; waaruit volgt, dat, dit ſchip ſneller zeilende, de voorſteven gedurig meer zal oprijzen.

Op dezelfde wijze kan men door deze equatie de helling van de boorden van het ſchip vinden; F beteekene dan de kracht die loodregt is op het verticale vlak, door de ſtevens gaande, en ter hoogte n boven het zwaartepunt aangebragt, L is de vastheid om de groote as, de helling η, dus q dezelfde blijft, maar voor u komt $\frac{u}{\text{tang.}\,\lambda}$, en voor p, cof. λ, dus voor u ſin. λ, $\frac{u\,\text{cof.}\,\lambda}{\text{tang.}\,\lambda}$; men heeft dan de waardij voor elke parallelogram gevonden alleen met $\overline{\text{cot.}\,\lambda}$, te vermenigvuldigen; voorts is l hier nu de horizontale afſtand van het punt p tot het loodregte vlak door de ſtevens gaande, en $o\omega$ het zelfde als bij den tegenſtand van voren. D. JUAN vond, voor het zelfde ſchip, den eerſten 24737, den anderen of $u\Sigma\left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}} l.o\omega = 25398$, de hoogte van het bovenpunt $L = 9{,}333$, waaruit voor de zijdelingſche helling ſin. $\triangle = \frac{Fn}{L} - 0{,}069v$; hieruit blijkt nu dat dit ſchip, onder het zeilen, noch aan den voorſteven, noch met de boorden dieper zal onder gaan, maar veeleer rijzen, en dus, ten zij het vermogen Fn bij den aanvang te groot voor de vastheid L zij, altijd zal kunnen zee bouwen.

§. 107.

Naar de gewone theorie, de equatie $H\times GP + Fn = V\times CQ + L$ ſin. $\triangle$ op- Fig. 29.

 los-

losfende, is $H \times GP = \iint \frac{mvv}{4g} du\,dy$ fin. λ^2 fin. $\eta^2 (D \mp b)$, waar D de diepte van het elementair vlak $du\,dy$ onder den waterfpiegel te kennen geeft; voor het regthoekig vlak is $D = y$, dus $H.GP = \frac{mvv}{4g} u$ fin. λ^2 fin. $\eta^2 \left(\frac{y^2}{2} \mp by\right)$; en $V \times CQ = \iint \frac{mvv}{4g} dx\,dy$ fin. θ^2 cot. $\eta\, l = \iint \frac{mvv}{4g} du\,dy\,l$ fin. λ fin. η cof. η; maar $dl = pr : op = 1 :$ fin. λ, dus dl fin. $\lambda = - dy$ cot. η; derhalve ook dy cof $\eta = -dl$ fin. λ fin. η, waaruit fin. $\lambda = 1$ zijnde, $V \times CQ = \int \frac{-mvv}{4g} u$ fin. $\eta^2\, l\,dl = \frac{m}{4g} vvu$ fin. $\eta^2 \left(\frac{-ll}{2} + C\right)$; maar zoo l de grootfte afftand $AC = \frac{A}{2}$ is, is $V \times CQ = 0$ zoo $l = \frac{A}{2}$, dus $C = \frac{AA}{8}$, en $V \times QC = \frac{mvv}{8g} uq^2 \left(\frac{AA}{4} - ll\right)$, waaruit fin. $\Delta = \frac{Fn}{L} + \frac{mvvuq^2}{8gL} (y^2 \mp 2by + ll - \frac{AA}{4})$, hetwelk voor het geheel, $y = C$, $l = R$ zijnde, voor den tegenftand op den voorfteven geeft fin. $\Delta = \frac{Fn}{L} + \frac{mvvBq^2}{8gL}\left(C^2 \mp 2bC - \frac{AA}{4} + RR\right)$, B de wijdte van het fchip zijnde.

Indien men in 't gemeen den tegenftand op allerlei vaartuigen, naar de boven opgegeven wijze wil berekenen, is $H \times GP = \iint \frac{mvv}{4g} du\,dy\, p^2 q^2 (D \mp b) = \frac{mvv}{4g} p^2 q^2 uy (D \mp b)$, y de hoogte van het vlak en D de diepte van deszelfs middelpunt onder water zijnde, en $V \times CQ = \frac{mvv}{4g} uylpq \sqrt{1 - qq}$ voor elk vlak, welks loodregte hoogte y, breedte u is; derzelver fom zal dan de gezochte waardij in de equatie geven, of fin. $\Delta = \frac{Fn}{L} + \frac{mvv}{4gL} \Sigma (p^2 q^2 uy (D \mp b) - pquyl \sqrt{1-qq}) = \frac{Fn}{L} + \frac{mvv}{4gL} \Sigma pquy (pq (D \mp b) - l \sqrt{1-qq})$ zijn.

Om deze waardij van fin. Δ met die in de vorige §, naar de theorie van D. JUAN gevonden, te vergelijken, heeft men bij de laatfte in vlakken, die op eenige diepte onder den waterfpiegel liggen, $\left(D + \frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ niet veel van $\sqrt{D}$ verfchillende, en daar $o\omega = \frac{y}{2}$ cof. η, de tweede term $\frac{1}{2L} mv \Sigma [pq (D \mp b) - l \text{ cof. } \eta]\, uy \sqrt{D}$; en naar de gewone theorie $\frac{1}{4gL} mvv \Sigma [pq (D \mp b) - l \text{ cof. } \eta]\, pqyu$, $\sqrt{1 - qq} =$ cof. η zijnde. Naar beide theorien heeft dezelfde bepaling plaats, zal de tweede term negatif worden, en dus de helling met de fnelheid in allen gevalle verminderen, te weten, $\Sigma pq (D \mp b)$ moet kleiner dan $\Sigma\, l$ cof. η zijn.

GEVOLGEN.

In vaartuigen, wier horizontale doorſneden regthoekig zijn, moet de beweegkracht in het midden van den regthoek worden aangebragt, zoo niet, zullen zij eene draaijende beweging om het zwaartepunt hebben; doch in vaartuigen, welker horizontale doorſneden ruiten zijn, moet de kracht der beweging zijn in de loodlijn, die gaat door een punt, 't welk op eenen afſtand $\frac{A^2 - B^2}{4A}$, (A de lengte, B de wijdte van het vaartuig zijnde) van het middelpunt der ruit, naar den voorſteven ſtaat.

Indien men de gedaante van een ſchip onder water voor een parallelepipedum houdt, is, bij de beweging in de rigting der kiel, het vermogen van den tegenſtand, naar D. JUAN, $m\,v\,.\,B\,.\,C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right)$; v de ſnelheid C de diepte van het vaartuig, m het gewigt van een cub. voet waters, en b de afſtand van het zwaartepunt, zoo $+$, boven, zoo $-$, onder de waterlijn.

Door deze kracht wordt het ligchaam genoopt om zich om deszelfs kleine as, die door het zwaartepunt gaat, te bewegen, en hierdoor van voren dieper inteduiken. In de tweede afdeeling zagen wij, dat, zoodra het ligchaam om de kleine as met een' hoek Δ helt, er als dan tevens eene kracht, wier vermogen $=$ vastheid $\times$ ſin. Δ, tegenwerkt; dit vermogen is dan tegengeſteld met dat, het welk uit den tegenſtand van voren ontſtaat; men heeft dus vastheid $\times$ ſin. $\Delta = m\,v\,B\,C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right)$, dus, daar de algemeene uitdrukking voor de vastheid, naar §. 49, $O\left(\frac{p'ttC}{12q'} \mp Q\,G\right)$ is, $O = p'\,q'\,A\,.\,B\,.\,C$ zijnde, ook ſin. $\Delta = \dfrac{m\,v\,B\,C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right)}{O\left(\frac{p'ttC}{12q'} \mp Q\,G\right)}$, 't welk de induiking van het ligchaam van voren, met eene ſnelheid v bewogen, aanduidt.

Indien de voorſteven, ſchoon regtlijnig, verticaal met een' hoek $\eta =$ acd (fig. 21) helt, is naar §. 85 de horizontale tegenſtand $\frac{m\,v}{3}\,B\,.\,C^{\frac{3}{2}}$. ſin. η, ſin. $\lambda^2 = 1$ zijnde, door deze wordt het ligchaam, even als in het vorige geval, genoopt om de kleine as, die door het zwaartepunt gaat, te draaijen: maar bij de helling van den voorſteven η ontſtaat, met den voortgang tevens, eene kracht die het ſchip naar boven zal dringen, en welke dus tegen de eerſte kracht inwerkt. Men ſtelle zich, bij voorbeeld, Fig. 29. een ſchuins doch vlak voorſteven AB voor, en in N de kracht van den tegenſtand als vereenigd, zoo zal men de kracht, die regtſtandig op AB werkt, in eene horizontale, en verticale mogen herleiden, waarvan de horizontale werkt met een vermogen $H \times GP$ naar $P\pi$, G het zwaartepunt, H de kracht zelve, en GP de loodlijnige diepte van N onder G uitdrukkende: wat aangaat de verticale kracht V, deze werkt loodregt, volgens NQ, met een vermogen $V \times QC$, waar QC de horizontale afſtand der punten N en G, en V de loodlijnige kracht in N uitdrukt, deszelfs rigting is regtſtandig op die van de kracht H, en dus met die der vastheid overeenkomende; men heeft dan voor de beſtendige helling, $\text{vastheid} \times \text{ſin.}\Delta + V.QC = H.GP$. Eindelijk indien de beweegkracht, niet in het zwaartepunt G, maar in deszelfs loodlijn LO worde aangebragt, bij voorbeeld, in O, nogtans in de rigting der lijn CA, dan is $F.OG$, (F deze beweegkracht zijnde) een vermogen waardoor het ſchip in de rigting $P\pi$, dus met H overeenkomende, genoopt wordt; indien men dan dit alles te zamen vat, zal, voor de beſtendige helling, of, zoodra het ſchip met eene ſnelheid v bewogen, met eene helling Δ vast ligge, ook zijn moeten, $\text{vastheid} \times \text{ſin.}\Delta + V.QC = H.GP + F.n$ ($n = OG$ zijnde).

In §. 84 vond men den verticalen tegenſtand $= m\,x\,a\left(\frac{n\sqrt{a}}{8} \mp \frac{1}{4} v\ \text{ſin.}\,\theta\right)^2 \text{cot.}\,\eta$ voor het voor- of achtervlak, en dus den tegenſtand $= \frac{1}{16} m\,x\,a\,n\sqrt{a}\ v\,.\,\text{ſin.}\,\theta\ \text{cot}\ \eta$; nu is voor regtlijnige vlakken, die aan den waterſpiegel reiken, $n\sqrt{a} = 8\,.\,\frac{2}{3}\sqrt{a}$, dus de tegenſtand $\frac{1}{3} m\,x\,a\sqrt{a}\,v\,.\,\text{ſin.}\,\theta\,.\,\text{cot.}\,\eta$, hetwelk daar $\text{ſin.}\,\theta = \text{ſin.}\,\lambda\ \text{ſin.}\,\eta$ naar §. 84, en $x = B$, $a = C$ is, geeft $\frac{1}{3} m\,B\,C^{\frac{3}{2}} v\ \text{coſ.}\,\eta$, voor den verticalen tegenſtand $= V$, $\text{ſin.}\,\lambda = 1$ zijnde; wijders vindt men voor den afſtand van het punt Q, 't welk in de loodlijn boven N, het punt waarin de tegenſtand zich vereenigt, ligt, $AQ = \frac{3AR}{5}$ dus $QG = \frac{A}{2} - \frac{3R}{5}$, $AR = R$ ſtellende; hieruit nu verkrijgt men het vermogen

V

$V \,.\, QC = mB \,.\, C^{\frac{3}{2}} \cos.\eta \left[\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right]$; de horizontale kracht H is, naar §. 84, $\frac{1}{3} m v B C^{\frac{3}{2}} \sin.\eta \sin.\lambda^2$; $GP = CP \mp CG = y \mp b$, men vindt $GP = \frac{3}{5} C \mp b$, dus $H \,.\, GP = m v B \sin.\eta\, C^{\frac{3}{2}}\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right)$, $\sin.\lambda = 1$ zijnde, waaruit nu $\sin.\triangle = \frac{Fn}{L}$

$$+ \frac{mB \sin.\eta\, v C^{\frac{3}{2}}}{L}\left(-\left[\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right] \cot.\eta + \left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right)\right)$$

$$= \frac{Fn}{L} + \frac{mBC^{\frac{3}{2}} \sin.\eta}{L}\left[\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right) - \cot.\eta\left(\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right)\right]v,$$

L de vastheid zijnde. Men ziet uit deze equatie, dat $\triangle$, of de induiking van den voorsteven, grooter moet worden wanneer de snelheid v aanwast, indien namelijk de factor van den tweeden term van het tweede lid positif is, doch verminderen zoo die negatif is.

De beweegkracht F, is, bij schepen die door den wind gedreven worden, eene grootheid die van de snelheid van het vaartuig v afhangt; trouwens hoe sneller het schip voortgaat, den wind ontwijkende, des te minder wordt ook de betrekkelijke kracht, waarmede de luchtstroom op het zeil valt, daar deze niet alleen van de volstrekte snelheid van den wind, maar ook van die van het schip afhangt; dus moet de kracht F, en dus ook deszelfs vermogen Fn, verminderen, de snelheid van het schip vermeerderende, en op het stilliggend schip, of bij den aanvang der beweging, op het grootst zijn. — Het geen tot de helling van het schip naar de formule $\frac{1}{L}\left(Fn + mBC^{\frac{3}{2}} \sin.\eta\left(\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right) - \cot.\eta\left(\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right)\right)\right)$ betrekking heeft, kan gevoegelijk tot drie hoofdzaken gebracht worden.

I. Het blijkt dat de hoek der helling in eene omgekeerde reden is van de vastheid van het schip, om de as, om welke het bewogen wordt, L; daar nu volgens §. 59 $L = O \times$ hoogte van het bovenpunt, zal ook de helling des te kleiner zijn, naar mate het volumen onder water O grooter is, en het bovenpunt hooger ligt, of daar $L = O.\left(\frac{p' t t C}{12 q'} \mp QC\right)$ §. 49 $O = p' A . B . q' C$ en $\frac{B}{C} = t$ zijnde, voorts de oppervlakte der waterlijn $p' A . B$ zijnde, ook $L = \frac{B}{12A}$ vermenigvuldigd met het vierkant dier oppervlakte, bij den tegenstand op zijde, en $\frac{A}{12B}$ vermenigvuldigd met dezelfde oppervlakte, bij dien van voren zijn; en de vastheid L omgekeerd als het vierkant der asfen, om welke het fchip bewogen wordt, hieruit blijkt dan al aanftonds, dat de helling $\triangle$ met den voorfteven, veel minder dan die der boorden zijn moet, doch dat beide des te kleiner zijn zullen, naar mate de vlakte der waterlijn grooter zij; fcherptoeloopende fchepen moeten dus meer dan de rondgeboegde hellen.

II. De grootheid F vermindert met de vermeerdering der fnelheid van het vaartuig, daar zij van de betrekkelijke fnelheid, die in dit geval fteeds kleiner wordt, afhangt: indien het fchip ftil ligt is fin. $\triangle = \frac{F\,n}{L}$; zoo men dan bij ondervinding gezien heeft, dat het fchip, hoe fterk de wind ook van ter zijde of van voren in de zeilen valle, geene te groote helling krijgt, dan mag men verzekerd zijn, dat ook in geen geval de grootheid F n bij het zeilen nadeelig zal zijn, daar zij bij de dadelijke beweging van het fchip gedurig kleiner moet worden; doch zoo de helling van het ftilliggend fchip al te groot zijn mogt, is het nogtans zeer mogelijk, dat bij het zeilen dezelve minder zijn zal, daar de kracht F als dan vermindert, en de tweede term, in vele gevallen, met den aanwas der fnelheid aanmerkelijk kan afnemen.

Voor wij tot het befchouwen van dezen tweeden term overgaan, willen wij nog aanmerken hoe voordeelig het zij, dat de waterlijn van een fchip grooter worde, zoodra het fchip helt, want, daar tevens de kracht F bij de grootere helling vermindert, ziet men hieruit, dat de hoek $\triangle$ in eene dubbele mate, zoo door vermindering van F, als vergrooting van L, zal moeten afnemen, en dus de helling kleiner worden; van hier het geen men in vele zeilfchepen waarneemt, dat het vaartuig op eene zekere helling vast blijft liggen.

III. De tweede term $m\,B\,C^{\frac{1}{5}}\,\text{fin.}\,\eta\left(\left(\frac{C}{5} \mp \frac{b}{3}\right) - \text{cot.}\,\eta\left(\frac{A}{6} - \frac{R}{5}\right)\right) v$, zal, indien hij eene pofitive waardij heeft, de helling moeten vermeerderen, doch zoo niet, verminderen, en zoo deze term nul zij, zal de helling minder worden hoe fneller het vaartuig voortga, daar F alsdan gedurig kleiner wordt.

Het is dan, in de eerfte plaats, belangrijk te weten of deze term pofitif dan ne-

ga-

gatif zij, daar $\frac{A}{6}$ altijd grooter dan $\frac{R}{5}$, $\frac{A}{2} > R$ zijnde, wezen moet, is ook cot. $\eta\left(\frac{A}{6}-\frac{R}{5}\right)$ altijd positif, zoo nu het zwaartepunt, gelijk gewoonlijk, onder de waterlijn ligt, zal men het bovenste teeken gebruiken, en $\frac{C}{5}-\frac{b}{3}$ nemen moeten; indien b grooter dan $\frac{3}{5}$C, of het zwaartepunt op meer dan drie vijfde der diepte onder de waterlijn zij, zal de tweede term negatif zijn, en dus de helling bij grootere snelheid v steeds verminderen. Doch al ligt het zwaartepunt hooger, zal de term nogtans negatif zijn, indien cot. $\eta\left(\frac{A}{6}-\frac{R}{5}\right)$ grooter dan $\left(\frac{C}{5}\mp\frac{b}{3}\right)$ is; bij schepen wier stevens regtstandig op de kiel staan, en die na aan het parallelepipedum komen, is deze voorwaarde onmogelijk, daar alsdan η omtrent 90°, en dus cot. η zeer klein is, en schoon bij scherptoeloopende schepen met een' vallenden steven, R wel aanmerkelijk is, zal nogtans de coëfficient van v positif zijn; voorts zal de snelheid van het schip, naar mate de term positif of negatif is, de helling steeds vermeerderen of verminderen, in de reden van het verticaal regthoekig profil op de lijn der beweging BC; de grootte van dit profil is dan altijd voordeelig, indien het zwaartepunt $\frac{3}{5}$ der diepte onder de waterlijn valt, doch nadeelig indien het zoo hoog valt dat $\left(\frac{C}{5}\mp\frac{b}{3}\right)$, grooter dan cot. $\eta\left(\frac{A}{6}-\frac{R}{5}\right)$ is; in 't gemeen zal de grootte van het profil, voor schepen die met goederen bevracht zijn, wier specifique zwaarte zeer groot is, voordeelig zijn.

Indien men de zaak algemeener beschouwt, en de formule niet slechts voor eene regtlijnige oppervlakte, maar voor allerlei gedaanten, welke het schip ook hebben moge, wil vinden, onderstelle men de botsende vlakte, de voorsteven namelijk, of de zijde van het schip, verdeeld in bijna regtlijnige parallelogrammen, zoo als in de Gevolgen uit het vorige Hoofdstuk blijkbaar is, zoo verbeeldt t m t' m' een dier parallelogrammen; men trekke midden door de lijn k u, voorts uit p, eene horizontale lijn Fig. 30.
pQ = l tot het vlak BC, waarin de as ligt om welke het schip helt, dan is pQ of l de horizontale afstand van het middelpunt van het parallelogram; deze lijn kan uit

fig.

fig, D met den pasfer gevonden worden, zijnde de gemiddelde afftand van $\alpha\beta$ en $\gamma\delta$ tot a c, daar k u midden door het vlak gaat, tusfchen $\alpha\beta$ en $\gamma\delta$; men vergelijke hier mede de Gevolgen uit het vorige Hoofdftuk: om nu de helling van het boord, óf de zijdelingfche te berekenen, is, naar de formule van D. JUAN, fin. $\triangle = \frac{Fn}{L} + \frac{1}{2L} m v \times$ fom van $(pq\,(D \mp b) - l \text{ cof.} \eta)\, u y \sqrt{D}$; men berekent namelijk $(pq\,(D \mp b) - l \text{ cof.} \eta)\, y u \sqrt{D}$ voor elk parallelogram, waartoe $p =$ fin. λ zijnde, λ de horizontale hoek, welke het parallelogram met de rigting der beweging maakt, $q =$ fin. η, $D \mp b$ de diepte van het punt p onder het zwaartepunt van het fchip, y en u de regtftandige hoogte en breedte van elk parallelogram, uit het vorige fteeds te vinden zijn, en voegt vervolgens deze waardijen bijëen, hun fom zal, met $\frac{m v}{2L}$ vermenigvuldigd, de term zijn, welke, gevoegd bij $\frac{Fn}{L} =$ fin. $\triangle$ is, L de vastheid om de groote as zijnde. Naar de gewone theorie is fin. $\triangle = \frac{1}{4gL} m v v \times$ fom van $(pq\,(D \mp b) - l \text{ cof.} \eta)\, p q u y$ 't welk volkomen even als de vorige berekend wordt.

Voor de helling van den voorfteven, L de vastheid om de kleine as zijnde, is voor p, cof. λ, l' de afftand van p tot het verticale vlak, 't welk door de ftevens gaat, men plaatfe voor u, u cot. λ, dan zal de tweede term in de formule van D. JUAN zijn $\frac{1}{2L} m v \times$ fom van $(q \text{ cof.} \lambda\,(D \mp b) - l' \text{ cof.} \eta)\, u \text{ cot.} \lambda\, y \sqrt{D}$, en naar de gewone theorie deze tweede term $= \frac{1}{4gL} m v v \times$ fom van $(q \text{ cof.} \lambda\,(D \mp b) - l' \text{ cof.} \eta)\, q \text{ cof.} \lambda\, y u \text{ cot.} \lambda$, dus voor de helling van het boord naar D. JUAN fin. $\triangle = \frac{Fn}{L} + \frac{1}{2L} m v \times$ fom van $(q \text{ cof.} \lambda\,(D \mp b) - l' \text{ cof.} \eta)\, u y \text{ cot.} \lambda \sqrt{D}$; naar de gewone theorie fin. $\triangle = \frac{Fn}{L} + \frac{1}{4gL} m v v \times$ fom van $(q \text{ cof.} \lambda\,(D \mp b) - l' \text{ cof.} \eta)\, q \text{ cof.} \lambda\, y u \text{ cot.} \lambda$; zal dan het fchip, deszelfs fnelheid grooter wordende, met den voorfteven of het boord fteeds uit het water rijzen, moet de tweede term negatif zijn; dus, naar de eene zoo wel als naar de andere theorie, de fom van $(D \mp b)$ fin. λ fin. η kleiner, dan l cof. η zijn: hoe kleiner de hoeken η en λ, dat is, het overige gelijk zijnde, hoe meer de huid van het fchip van den loodregten ftand afwijkt, des te gemakkelijker zal dit vereischte plaats vinden; fchepen dus, wier voorfteven voorover ligt, en die fcherp tot de kiel toelooloopen, zullen, bij het sneller zeilen, met den voorsteven en het boord minder hellen dan rondgeboegde vaartuigen, het zelfde zal plaats hebben, schoon de voorsteven bijna regtstandig sta, indien de gedaante van voren scherp is, naar onder tot de kiel toeloopende: aan den anderen kant is nogtans de vastheid dezer schepen aanmerkelijk minder, dan van die genen, welke nader aan het parallelepipedum komen: voorts geldt hier in 't gemeen 't geen in het eerste Gevolg uit de formule voor de regtlijnige vlakken, ten aanzien der horizontale doorsneden, is afgeleid.

VIJFDE HOOFDSTUK.

OVER DE BEWEEGKRACHT BIJ REGTE KOERSEN.

§. 108.

Het geen wij in het vorige Hoofdstuk overwogen, bepaalt de vereischten welke er gevorderd worden, zal het schip geene te groote helling krijgen, indien het door eenigerhande kracht bewogen wordt; thans zullen wij de beweegkracht zelve gaan onderzoeken.

Zij moet bij den regten koers altijd grooter zijn dan de horizontale tegenstand, en, hoewel haar vermogen om het schip meer of min te doen induiken, van de plaats waar zij wordt aangebragt, afhangt, is deze nogtans, ten aanzien van hare volstrekte kracht, onverschillig: de kracht die grooter is dan de tegenstand, zal altijd, waar ook aangebragt, het schip in beweging brengen. De tegenstand op eene horizontale vlakte, wier hoogte y, breedte u, is naar het vorige $\int \frac{1}{2} m v u (D'+y)^{\frac{1}{2}} dy \text{ sin.} \lambda \text{ sin.} \eta$ $= \frac{1}{3} m v u \text{ sin.} \theta \left[(D + \frac{1}{2} y)^{\frac{3}{2}} - (D - \frac{1}{2} y)^{\frac{3}{2}} \right]$; de kracht, welke er tot de beweging vereischt wordt, moet dan grooter zijn dan de waardij dezer equatie, daar $\left(D+\frac{1}{2}y\right)^{\frac{3}{2}}-\left(D-\frac{1}{2}y\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}D^{\frac{1}{2}}y\left(1-\frac{y^2}{96D^2}-\frac{y^4}{2048D^4}-\ldots\ldots\right)$ §. 86, is ook de tegenstand $=\frac{2}{3}myu$ fin. $\theta.y.D^{\frac{1}{2}}\left(1-\frac{y^2}{96D^2}-\frac{y^4}{2048D^4}-\ldots\ldots\right)$: D kan niet kleiner dan $\frac{1}{2}y$ worden, dan is de reeks $=1-\frac{1}{24}-\frac{1}{128}-\ldots\ldots=0{,}9428$, terwijl, zoo D oneindig groot gesteld wordt, de reeks $=1$ is; indien men dan voor de geheele reeks slechts 1 stelt, zal dit nimmer meer dan een 0,0573ste gedeelte van de ware grootheid kunnen verschillen; de grootste fout nu zal bij de bovenste vlakken, die aan den waterspiegel liggen, plaats vinden, en de tegenstand naar $\frac{2}{3}myu$ fin. $\theta y.D^{\frac{1}{2}}$ berekend voor het eerste vlak, ruim een twintigste te groot zijn: voor de tweede lage is $D=y+\frac{1}{2}y=\frac{3y}{2}$ dus $1-\frac{y^2}{96D^2}-\frac{y^4}{2048D^4}\ldots\ldots=1-\frac{1}{216}-\frac{1}{10361}-\ldots\ldots=0{,}9953$; naar de equatie $=1$ en dus de fout bij de tweede lage geen twechonderste zijn zal; voor de volgende lagen, zal de fout gedurig aanmerkelijk geringer worden. Indien men dan het vaartuig, naar het vorige Hoofdstuk, door horizontale vlakken, wier afstand niet te groot is, verdeelt, en den tegenstand op elk vlak berekent, zal de som der tegenstanden, naar de formule $\frac{2}{3}muvy$ fin. $\theta.D^{\frac{1}{2}}$ gevonden, des te nader aan den waren tegenstand komen, hoe kleiner men de hoogte der vlakken genomen hebbe: voorts blijkt het, dat de tegenstand, naar D. JUAN, in de reden van den wortel van het cubicq der diepte, doch als de enkele breedte en finus der kromming, aanwast.

§. 109.

Bij vaartuigen die door den wind bewogen worden, moet dan ook de kracht, welke de wind op de zeilen doet, gelijk aan $\frac{2}{3}muvy$ fin. $\theta.D^{\frac{1}{2}}$ zijn. Sints lang trachtten verscheiden voorname Wis- en Natuurkundigen deze kracht van den wind te bepalen, en hare werking op de zeilen te berekenen: J. BERNOUILLI vond de gedaante en kromming, die men aan de zeilen geven moest, zou de wind de grootste kracht op dezelve uitoefenen, en leide uit zijne grondstellingen af, dat een vlak

zeil

zeil meer windkracht geeft dan een gebogen; BUAT (*Principes d'Hydraulique* Tom. II §. 555) besluit nogtans uit gedane proeven, dat de werking van den wind grooter is, indien het zeil eenige kromming heeft, dan wanneer het volmaakt vlak is. Zonder hierin iets te willen beslissen, zullen wij het zeil als een volkomen vlak beschouwen, wiens hoogte H, breedte W, en oppervlakte $AA = HW$ is. Naar D. JUAN's theorie moet de tegenstand op het vlak zeil, $= \frac{1}{4} m v W . H . D^{\frac{1}{2}}$ sin. Θ zijn, waar D de hoogte der vloeistof boven het middelpunt van het vlak is: maar, daar de theorie van D. JUAN geheel berust op de onderstelling der eenvormige digtheid der vloeistof, welke bij de lucht, zoo als bekend is, geen plaats heeft, schijnt ook deze formule, ter bepaling van den tegenstand des winds, onbruikbaar te zijn; daarenboven moet D hier de hoogte des dampkrings aanduiden, wiens juiste bepaling niet mogelijk is: Indien wij nogtans met D. JUAN den tegenstand zoo wel in de lucht als in het water, evenredig met de oppervlakte en de snelheid onderstellen, blijft $\frac{m D^{\frac{1}{2}}}{4}$ als eene onveranderlijke grootheid, die niet dan uit waarnemingen kan beslist worden $= T$, en naar de theorie zal de tegenstand op het zeil, wiens oppervlakte $= AA$ is $= T v AA$ sin. Θ zijn, indien het schip stil ligt. Doch zoodra het vaartuig eenige snelheid heeft, onttrekt het zeil zich aan den wind, zoo dat de betrekkelijke snelheid voor den wind dan $v - c$ zijn zal, en $T(v-c) AA$ sin. Θ de kracht van den wind uitdrukken: nu is de tegenstand, naar de vorige §., bij den regten koers $= \frac{1}{2} m u c y$ sin. $\theta . D^{\frac{1}{2}}$, dus moet $T(v-c) AA$ sin. $\Theta = \frac{1}{2} m u c y$ sin. $\theta . D^{\frac{1}{2}}$, of wel het eerste grooter dan het laatste zijn, zal het schip voort kunnen gaan; men heeft dus $\frac{c}{v} = \frac{TAA \text{ sin. } \Theta}{TAA \text{ sin. } \Theta + \frac{1}{2} m u y \text{ sin. } \theta . D^{\frac{1}{2}}}$

$$= \left[\frac{1}{1 + \frac{m u y D^{\frac{1}{2}} \text{ sin. } \theta}{2 TAA \text{ sin. } \Theta}}\right] v.$$

§. 110.

De equatie $c = \left(\frac{1}{1 + \frac{m u y D^{\frac{1}{2}} \text{ sin. } \theta}{2 TAA \text{ sin. } \Theta}}\right) v$, drukt de betrekking uit, die er tusschen de ſnelheid van den wind v, en die van het ſchip c moet plaats hebben. Bij den regten koers is $\Theta = 90°$; daar nu ſin. θ, u, y, D altijd pöſitive grootheden zijn, moet c altijd kleiner dan v zijn, waaruit volgt, dat geen vaartuig, voor den wind zeilende, de ſnelheid van den wind zelve verkrijgen kan: de breuk, welke den tweeden term van den deeler uitmaakt, wordt kleiner naar mate AA, of de oppervlakte van het zeil, grooter wordt, maar hoe groot men deze ook make, v zal altijd grooter dan de ſnelheid c zijn, en hoe dieper en breeder het vaartuig zij, des te geringer zal de ſnelheid zijn, doch de diepte moet altijd meer invloed hieröp hebben dan de breedte, vermits D tevens eene functie van y is; ook blijkt uit de formule, dat ſcherpgeboegde vaartuigen grooter ſnelheid erlangen kunnen, dan zulken die nader aan het parallelepipedum komen, daar ſin. θ in het eerſte geval altijd eene breuk, doch bij het parallelepipedum $= 1$ is.

§. 111.

Na dus den tegenſtand bij den regten koers uit de theorie van D. JUAN overwogen te hebben, zullen wij denzelven naar de gewone theorie beſchouwen.

Naar deze is §. 89 de tegenſtand op eene regtlijnige vlakte, waarin wij de oppervlakte van het ſchip van voren verdeelden $= \frac{mvv}{4g} p^2 q^2 uy$, en dus in de vierkante reden der ſnelheid, des ſinus $\theta = pq$, en in de enkele reden der oppervlakte uy, zoodanig zal dan ook de kracht moeten zijn die gevorderd wordt om dien tegenſtand te overwinnen.

De wind, welke naar de wetten der beweging van de vloeiſtoffen werken moet, zal dan ook naar de gewone theorie eene kracht $\frac{m'vv}{4g} p^2 q^2 uy$ moeten uitoefenen op het zeil, wiens oppervlakte uy is; m' het gewigt van een cubicq voet luchts uitdrukkende. Men noeme de ſnelheid van het vaartuig c, dan is $v - c$ de betrekkelijke ſnelheid des luchtſtrooms, op het zeil werkende, derhalve zal de windkracht door $\frac{m'}{4g}(v-c)^2$ ſin. Θ^2 AA $=$ of grooter dan $\frac{m}{4g} cc$ ſin. $\theta^2 uy$ moeten zijn: men verkrijgt

krijgt

krijgt dus $c = \left(\frac{1}{1 + \frac{\text{fin.}\,\theta}{\text{fin.}\,\Theta}\sqrt{\frac{m\,u\,y}{m'\,AA}}}\right)v$. Bij den regten koers is $\Theta = 90°$, en, om dezelfde redenen als in de vorige equatie, de fnelheid van het fchip c, altijd kleiner dan die van den wind v, ook zal de fnelheid grooter worden, als men AA vergroot, en bij ondiepe en fmallere vaartuigen insgelijks aanwasfen: wijders heeft de meerdere of mindere kromming van het fchip, naar beide theorien, deuzelfden invloed op de fnelheid; eindelijk loopt het fchip, zeilende voor den wind, het meeste gevaar, om met den voorfteven, bij den wind, met het boord te diep inteduiken, daar de kracht F in de formule voor fin. $\triangle$ als dan geheel in de rigting der beweging valt.

§. 112.

In de formule der windkracht naar D. JUAN, $T\,v\,AA$ fin. Θ, ftelle men, $T = \frac{m}{20}$, welke waardij D. JUAN door waarnemingen meent geftaaft te zijn (*); men noeme den coëfficient der fnelheid in de formule van den tegenftand van voren §. 110, of $\frac{m}{2}\,u\,y$ fin. $\theta\,(D)^{\frac{1}{2}}$, $m\,R$, zoo zal de fnelheid $c = \frac{AA\,v}{AA + 20R}$ zijn, zoo men voor den wind zeilt. Naar de gewone theorie moet $\frac{m}{m'}$, in de reden der digtheid van het water en der lucht zijn, dus $= 800$ omtrent; wijders den tegenftand naar de gewone theorie $\frac{m\,c\,c}{4g}$ fin. $\theta'\,u\,y = m\,R'\,c\,c$ ftellende, is $c = \frac{v\sqrt{AA}}{\sqrt{AA} + 40\sqrt{2gR'}}$ waaruit het groot verfchil der refultaten uit de beide theorien duidelijk is.

§. 113.

De fnelheid naar D. JUAN $c = \left(\frac{AA}{20R + AA}\right)v = \frac{v}{1 + \frac{20R}{AA}}$ leert, dat hoe nader men deze aan die des winds wil brengen, men ook in eene gedurig grootere reden, het zeil vermeerderen moet, voorts is de grootte van het zeil eene functie van de oppervlakte $u\,y$ fin. θ, en van den wortel der diepte D; bij gelijkvormige vaartuigen

moet

(*) *Examen Marit.* Tom. II. Liv. III. ch. I.

moet dus het zeil als de vierkante wortel uit de vijfde magt eener dimensie zijn, of als $(y)^{\frac{5}{2}}$, zal de snelheid c dezelfde betrekking tot v hebben; ook zullen diep gaande vaartuigen meer zeil moeten voeren, dan breede, schoon beider inhoud even groot zij: uit de formule der snelheid naar EULER $\frac{v\sqrt{AA}}{\sqrt{AA}+40\sqrt{2gR'}}$ volgt ook wel dat men het zeil gedurig in eene grootere reden vergrooten moet, hoe nader men c aan v wil brengen, doch de grootte van het zeil, bij gelijkvormige schepen, zal slechts in de enkele reden der dimensien zijn moeten, $R' = \frac{uy}{4g}$ sin. θ^2 zijnde, waar $g = 16$ voet. is; doch, 't geen aanmerkelijk is, de gedaante van het schip heeft, naar beide theorien, denzelfden invloed op de snelheid, want in beide formulen komt sin. $\theta =$ sin. λ sin. η, 't welk de gedaante van het schip bij gegevene afmetingen u en y bepaalt, even eens voor.

GEVOLGEN.

De tegenstand $\frac{1}{2} mcuy$ sin. λ sin. $\eta \sqrt{D}$ op elk parallelogram, waarin de huidvlakte van het schip verdeeld is van voren, is uit de Gevolgen op het derde Hoofdstuk voor alle gevallen te vinden, men stelle de som van alle de waardijen dezer formule voor elk parallelogram berekend $= mRc$, voor v de snelheid van het schip hier c plaatsende, dan is mcR de geheele tegenstand van voren, en, zoo v de snelheid van den wind uitdrukt, is $c = \frac{AAv}{AA+20R}$, AA de oppervlakte van het zeil zijnde. Naar de gewone theorie is de tegenstand op het parallelogram, wiens hoogte y, regtstandige breedte u is, $\frac{mcc}{4g}$ sin. λ^2 sin. $\eta^2 uy$, men stelle dien $mccR'$, zoo vindt men voor de snelheid van het schip bij den regten koers $c = \frac{v\sqrt{AA}}{\sqrt{AA}+160\sqrt{2R'}}$, in beide formulen ondersteld zijnde dat de wind geheel in de rigting der kiel werkt, zoo als bij de regte koersen altijd plaats heeft.

Daar dit Hoofdstuk niets behelst, tot welks verstand hoogere wiskunde vereischt wordt,

wordt, meenen wij het niet noodig te zijn de verdere resultaten hier optegeven, het welk niet dan eene nutteloozе herhaling zijn zoude.

ZESDE HOOFDSTUK.

OVER DE SCHUINSCHE KOERSEN.

§. 114.

AB zij de rigting der kiel, ZE die van het zeil, vw de streek en kracht van Fig. 31. den wind, de hoek vwz, welke de wind met het zeil maakt, zij $\lambda = \theta$, dan is TA$^2\nu$ sin. θ, naar D. JUAN, de kracht van den wind, en in den regthoekigen driehoek εvw, εv $=$ δw de kracht, die loodregt op het zeil werkt; wijders den hoek BwE, welke de kiel met het zeil maakt, β noemende, is kw $=$ δw sin. β $=$ TA$^2\nu$ sin. λ sin. β, terwijl de perpendiculair δk $=$ TA$^2\nu$ sin. λ cos. β is. Indien het schip eene snelheid wt heeft, is wn $= c$ de snelheid in de rigting der kiel, en de zijdelingsche snelheid $d =$ wm loodregt op de kiel, uit de eerste ontstaat eene snelheid nν $=$ wn sin. $\beta = c$ sin. β, uit de andere μm $=$ wm cos. $\beta = d$ cos. β; dus is de relative snelheid vε $-$ nν $-$ mμ $= \nu$ sin. $\lambda - c$ sin. $\beta - d$ cos. β, dus in de formule der snelheid naar de rigting der kiel, TA$^2\nu$ sin. λ sin. β, deze waardij voor ν sin. λ geplaatst, geeft TA^2(ν sin. $\lambda - c$ sin. $\beta - d$ cos β) sin. β $=$ de kracht langs de kiel, en TA^2 (ν sin. $\lambda - c$ sin. $\beta - d$ cos. β) cos. β $=$ de zijdelingsche kracht.

Indien men den tegenstand op den voorsteven mcR, en den zijdelingschen tegenstand mrd noeme, heeft men:

I. $mc\mathrm{R} = \mathrm{TA}^2\,(\nu \text{ sin. } \lambda - c \text{ sin. } \beta - d \text{ cos. } \beta) \text{ sin. } \beta$

II. $mdr = \mathrm{TA}^2\,(\nu \text{ sin. } \lambda - c \text{ sin. } \beta - d \text{ cos. } \beta) \text{ cos. } \beta$

uit

uit I vindt men $d = \frac{TA^2 (v \text{ fin. } \lambda - c \text{ fin. } \beta) \text{ fin. } \beta - mcR}{TA^2 \text{ fin. } \beta \,.\, \text{cof. } \beta}$; uit II is $d = \frac{TA^2 (v \text{ fin. } \lambda - c \text{ fin. } \beta) \text{ cof. } \beta}{mr + TA^2 \text{ cof. } \beta^2}$, beide waardijen gelijk zijnde, verkrijgt men hieruit $c = \frac{TA^2 rv \text{ fin. } \lambda \text{ fin. } \beta}{TA^2(r\, \overline{\text{fin. } \beta}^2 + R\, \overline{\text{cof. } \beta}^2) + mrR}$ voor de fnelheid van het fchip in de rigting der kiel, en voor c deze waardij in I of II plaatfende, $d = \frac{TA^2 Rv \text{ fin. } \lambda \text{ cof. } \beta}{TA^2(r\, \overline{\text{fin. } \beta}^2 + R\, \overline{\text{cof. } \beta}^2) + mrR}$ voor de zijdelingfche fnelheid.

Wijders, is $\frac{d}{c} = \frac{R}{r} \text{ cotang. } \beta = \frac{\text{nt}}{\text{nw}}$, dus de tangens van den hoek van afwijking A (l'angle de la derivée) of tang. $A = \frac{R}{r}$ Cot. β, de fnelheid langs wt, w noemende is $= \sqrt{cc + dd}$, of $w = \frac{TA^2 v \text{ fin. } \lambda \sqrt{(r^2 \text{ fin. } \beta^2 + R^2 \text{ cof. } \beta^2)}}{TA^2 (r \text{ fin. } \beta^2 + R \text{ cof. } \beta^2) + mrR}$ de fchuinfche fnelheid van het fchip.

§. 115.

Fig. 32. De fnelheid van het fchip in de rigting der kiel, zij WN, de zijdelingfche fnelheid NF, dan is de ftreek die het fchip houdt WF, VW zij de ftreek des winds; uit N trekke men NX evenwijdig met VW, en uit W, WX regtftandig op NX, voorts uit F, FG regtftandig op NX, dan is XG de weg, dien het fchip tegen de rigting des winds, of naar deze rigting afleidt, terwijl het de lijn WF doorloopt, of, zoo als men pleeg te zeggen, 't geen het fchip in of met den wind wint.

In den driehoek NXW is XN = NW . cof. WNX, en in den driehoek FGN GN = FN . fin. WNX, dus XG = XN — GN = NW cof. WNX — FN fin. WNX, nu is de hoek WNX = NWV = de hoek die de wind met de kiel maakt, gerekend van den voorfteven, men noeme dezen hoek γ; daar nu NW $= c = \frac{TA^2 rv \text{ fin. } \lambda \text{ fin. } \beta}{TA^2(r\, \overline{\text{fin. } \beta}^2 + R\, \overline{\text{cof. } \beta}^2) + mrR}$, en FN $= d = \frac{TA^2 Rv \text{ fin. } \lambda \text{ cof. } \beta}{TA^2(r\, \overline{\text{fin. } \beta}^2 + R\, \overline{\text{cof. } \beta}^2) + mrR}$ dus $XG = \frac{TA^2 v \text{ fin. } \lambda\, [r \text{ fin. } \beta \text{ cof } \gamma - R \text{ cof. } \beta \text{ fin. } \gamma]}{TA^2 (r\, \overline{\text{fin. } \beta}^2 + R\, \overline{\text{cof. } \beta}^2) + mrR}$ de fnelheid waar mede het fchip in den wind wint.

Wijders is $\angle$NWV $= \angle$ZWV $+ \angle$NWZ, zoo nu ZWE de rigting van het zeil is, heeft men ook ZWV $= \lambda$ de hoek van den wind met het zeil, en NWZ $= \beta$

$= \beta$ de hoek der kiel met het zeil, dus $NWV = \gamma = \lambda + \beta$ en $\lambda = \gamma - \beta$, waaruit $XG = \dfrac{TA^2 v \text{ fin.} \overline{\gamma - \beta} (r \text{ fin.} \beta \text{ cof.} \gamma - R \text{ cof.} \beta \text{ fin } \gamma)}{TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR}$ de fnelheid in den wind, $c = \dfrac{TA^2 vr \text{ fin.} \overline{\gamma - \beta} \text{ fin.} \beta}{TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR}$ de fnelheid in de rigting der kiel, $d = \dfrac{TA^2 vR \text{ fin.} \overline{\gamma - \beta} \text{ cof.} \beta}{TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR}$ de zijdelingfche fnelheid.

§. 116.

De verfchillende rigtingen, welke het fchip met opzigt tot den windftreek hebben kan, kunnen tot vier hoofdfoorten gebragt worden, te weten: of vlak voor den wind, of met den wind, of in den wind, of tegen den wind, de hoek $NWV = \gamma$ is in het eerfte geval 180°, in het tweede $>90°$, in het derde $<90°$, in het vierde 0°.

Voor het eerfte geval wordt $XG = -\dfrac{TA^2 vr \text{ fin.} \beta^2}{TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR}$, negatif, omdat het fchip in de rigting des winds voortgaat, en zoo $\beta = 90°$, is $XG = \dfrac{-TA^2 v}{TA^2 + mR} = c$, en $d = 0$, zoo als in §. 113.

Indien r fin. β cof. $\gamma = R$ cof. β fin. γ, of $\dfrac{R}{r} = \dfrac{\text{tang.} \beta}{\text{tang.} \gamma}$ is $XG = 0$, en het fchip zal niet in den wind winnen kunnen: ftraks zullen wij de vereischten overwegen, die er gevorderd worden, op dat het fchip, tegen den wind moetende zeilen, of laverende, den meesten fpoed make; nu zullen wij ons eerst tot de fnelheid c, die in de rigting der kiel is en waarvan de voortgang van het fchip afhangt, bepalen.

§. 117.

Daar deze fnelheid $c = \dfrac{TA^2 \text{ fin.} \overline{\gamma - \beta} \text{ fin.} \beta . rv}{TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR}$ is, volgt hieruit geenszins, dat, zoo als bij het voor den wind zeilen, §. 110, de fnelheid van het fchip nimmer die van den wind kan evenaaren of overtreffen; want zoodra $TA^2 (r \overline{\text{fin.} \beta}^2 + R \overline{\text{cof.} \beta}^2) + mrR$ kleiner dan TA^2 fin. $\overline{\gamma - \beta}$ fin. βr is, zal de coëfficient van v grooter dan de eenheid, en dus c grooter dan v zijn; overeenkomſtig met dit vereischte moet (voor T, $\frac{m}{20}$ §. 113 geſteld) het zeil A² grooter dan $\frac{20R}{\text{ſin.}\beta\,.\,\text{ſin.}\overline{\gamma-\beta}-\text{ſin.}\beta^2-\frac{R}{r}\text{coſ.}\beta^2}$ zijn, als de ſnelheid van het ſchip c grooter dan die van den wind zal wezen: wijders onderſtellende dat men den wind loodregt op het zeil vangt, is $ZWV=\gamma-\beta=90°$, dus $A^2 > \frac{20R}{\text{ſin.}\beta-\overline{\text{ſin.}\beta}^2-\frac{R}{r}\overline{\text{coſ.}\beta}^2}$

of $A^2 > \frac{20R}{-\text{coſ.}\gamma-\text{coſ.}\gamma^2-\frac{R}{r}\overline{\text{ſin.}\gamma}^2}$ 't welk, indien $\gamma > 90°$, altijd mogelijk is, wanneer $-$ coſ. γ grooter dan coſ. $\gamma^2+\frac{R}{r}$ ſin. γ^2 is; doch indien $\gamma=180°$, zoude $A^2 > \frac{20R}{0}$ of oneindig zijn moeten, 't geen onmogelijk is; men kan dus vlak voor den wind nimmer deze grootere ſnelheid erlangen, vergelijk §. 113.

Indien men $\gamma=120°$ en $\beta=30°$ ſtelt, 't welk, zoo als ſtraks blijken zal, zeer weinig van den voordeeligſten ſtand verſchilt, moet $A^2 > \frac{80R}{1-3\frac{R}{r}}$ zijn; naar §. 96 is de tegenſtand gevonden $R=282$, $r=3198$; dus $A^2 > 30674$ vierk. voeten, voor het ſchip welks lengte 152, breedte 42 voet is; doch daar, naar D. JUAN, de ondervinding leert, dat dit zelfde ſchip niet meer dan 24000 vierk. voet zeil mag voeren, zal het ook nimmer de ſnelheid van den wind hebben kunnen. — Bij een vaartuig lang 35, breed 5, diep 3 voet, 't welk ſcherp van voren toeloopt, hebbe men den regten tegenſtand van voren $R=5$, en den zijdelingſchen $r=60$ bevonden, dus moet de oppervlakte van het zeil grooter zijn dan $\frac{100}{\frac{11}{12}\text{coſ.}\beta^2+\text{ſin.}\beta-1}$ $\gamma=90+\beta$ zijnde, voor $\beta=30°$ komt AA grooter dan 533 vierk. voet., men ſtelle dan in de equatie der ſnelheid voor $\beta=30°$ $\gamma=120°$ en $A^2=600$, zoo vindt men $c=\frac{15}{14}v$, of de ſnelheid van het vaartuig $\frac{1}{14}$ grooter dan die van den wind.

§. 118.

Indien men de equatie $c=\frac{r\,.\,\text{ſin.}\overline{\gamma-\beta}\,\text{ſin.}\beta\,.\,v}{(r\,\text{ſin.}\beta^2+R\,\text{coſ.}\beta^2)+20rR:A^2}$ differentieert, den hoek γ alleen veranderlijk ſtellende, vindt men deszelfs grootſte waardij, bij een' ge-

gegevenen hoek van het zeil β, dan plaats te hebben als $\text{ſin.}\overline{\gamma-\beta}=1$, of $\gamma=90+\beta$, zoo het zeil regthoekig op de windſtreek ſtaat; deze waardij gebruikende, is $c=\dfrac{\text{ſin.}\,\beta\,.\,v}{1-\left(\frac{r-R}{r}\right)\overline{\text{coſ.}\,\beta}^2+\frac{20R}{A^2}}$; zoo men deze equatie differentieert, β alleen veranderlijk ſtellende, vindt men voor deszelfs maximum $\text{coſ.}\,\beta^2=1-\dfrac{(AA+20r)R}{(r-R)\,AA}$; zoo dat β de waardij hieruit afgeleid, en γ die van $90+\beta$ hebbende, het vaartuig zijne grootſte ſnelheid erlangen zal.

In het vorige voorbeeld was $R=5$, $r=60$, $A^2=600$, men ſtelde $\beta=30°$, uit deze waardijen vindt men hier $\beta=31°\,29'$, en $\gamma=121°\,29'$, 't welk eene ſnelheid geeft nog iets grooter dan de vorige.

§. 119.

Tot hiertoe onderſtelden wij den invalshoek ZWV, λ welke de wind met het zeil maakt, onveranderlijk en regt, en bepaalden hieruit de waardij van β, NWZ $=$ AWE of den hoek, welken het zeil met de kiel moet maken, zal het vaartuig zijne grootſte ſnelheid c erlangen; doch dit vereischte kan alleen plaats hebben, indien γ, NWV grooter dan 90° is, of als men den wind van achteren heeft, maar als de wind van voren komt, en dus γ kleiner dan 90° is, kan aan dit vereischte niet voldaan worden. Fig. 32.

Om nogtans in 't gemeen den hoek β te vinden, waarmede het vaartuig, bij een' gegevenen hoek van den wind met de kiel γ, de grootſte ſnelheid erlangen zal, moet de equatie $c=\dfrac{TA^2r\ \text{ſin.}\,\overline{\gamma-\beta}\ \text{ſin.}\,\beta\,.\,v}{TA^2(r\ \overline{\text{ſin.}\,\beta}^2+R\ \overline{\text{coſ.}\,\beta}^2)+m\,r\,R}$ zoo gedifferentieerd worden, dat ook $\gamma-\beta$ veranderlijk genomen worde, ſchoon γ onveranderlijk blijft. Indien men dan voor $\overline{\text{coſ.}\,\beta}^2$, $1-\text{ſin.}\,\beta^2$ ſtelt, wordt $c=\dfrac{TA^2r\,.\,\text{ſin.}\,\overline{\gamma-\beta}\,.\,\text{ſin.}\,\beta\,.\,v}{TA^2R+m\,r\,R+TA^2(r-R)\,\overline{\text{ſin.}\,\beta}^2}$ of voor TA^2R+mrR, F en voor $TA^2(r-R)$, Q ſtellende, $c=\dfrac{TA^2r\ \text{ſin.}\,\overline{\gamma-\beta}\ \text{ſin.}\,\beta}{F+Q\ \overline{\text{ſin.}\,\beta}^2}$; deze equatie differentierende, β alleen veranderlijk geſteld, geeft voor het maximum

 coſ.

$$\frac{\text{cof.}\,\beta\,.\,\text{fin.}\,\overline{\gamma-\beta}-\text{fin.}\,\beta\,\text{cof.}\,\overline{\gamma-\beta}}{F+Q\,\text{fin.}\,\beta^2}-\frac{2\,Q\,.\,\overline{\text{fin.}\,\beta}^2\,\text{fin.}\,\overline{\gamma-\beta}\,\text{cof.}\,\beta}{(F+Q\,\text{fin.}\,\beta^2)^2}=0.$$

Indien men nu de waardijen fin. en cof. $(\gamma-\beta)$ in finus en cofinus van γ en β uitdrukt, en de termen die elkander oplosfen wegneemt, verkijgt men Q fin γ $=F\left(\frac{\text{fin.}\,\gamma\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2}{\text{fin.}\,\beta^2}-\text{fin.}\,\gamma-\frac{2\,\text{cof.}\,\beta\,\text{cof.}\,\gamma}{\text{fin.}\,\beta}\right)$ of $(Q+F)$ fin. γ . $\overline{\text{tang.}\,\beta}^2$ $=F\,\text{fin.}\,\gamma-2F\,\text{cof.}\,\gamma\,.\,\text{tang.}\,\beta$; waaruit $\text{tang.}\,\beta=-\frac{F\,\text{cot.}\,\gamma}{Q+F}\pm\sqrt{\left(\frac{F}{Q+F}+\frac{F^2\,\text{cot.}\,\gamma^2}{(Q+F)^2}\right)}$ $=\frac{-F\,\text{cof.}\,\gamma\pm\sqrt{(F\,(F+Q\,\overline{\text{fin.}\,\gamma}^2))}}{(F+Q)\,\text{fin.}\,\gamma}$, voor den hoek van het zeil met de kiel, bij welken het fchip de grootfte fnelheid hebben zal: het is blijkbaar, dat men hier het bovenste teeken $+$ moet gebruiken, daar β altijd pofitif zijn moet. In de vorige §. vindt men, dat voor de grootfte fnelheid, $\gamma-\beta=\lambda=90°$ de voordeeligfte hoek is, welken de wind met het zeil hebben kan, indien men dan $\gamma=90+\beta$, in de gevondene equatie $\text{tang.}\,\beta=\frac{-F\,\text{cof.}\,\gamma+\sqrt{F^2+F\,Q\,\text{fin.}\,\gamma^2}}{(F+Q)\,\text{fin.}\,\gamma}$ ftelt, verkrijgt men $\overline{\text{tang.}\,\beta}^2$ $=\frac{F}{Q-F}=\overline{\text{cotang.}\,\gamma}^2=\frac{1}{\left(\frac{Q}{F}-1\right)}$, en $\frac{Q}{F}=\frac{A^2\,(r-R)}{A^2R+20\,r\,R}$.

In de equatie $\text{tang.}\,\beta=\frac{-F\,\text{cof.}\,\gamma+\sqrt{F\,(F+Q\,.\,\overline{\text{fin.}\,\gamma}^2)}}{(F+Q)\,\text{fin.}\,\gamma}$, $\frac{Q}{F}=n$ ftellende, is $\text{tang.}\,\beta=\frac{-\text{cot.}\,\gamma+\sqrt{n+\overline{\text{cofec.}\,\gamma}^2}}{1+n}$.

Indien $\gamma=90°$, wordt $\text{tang}\,\beta=\frac{1}{\sqrt{1+n}}$; voor $A^2=600$, $R=5$, $r=60$ is $\frac{Q}{F}=\frac{11}{3}=n$, dus $\beta=24°49'$; en voor het fchip van 152 voet. lengte, 42 voet. breedte, $R=282$, $r=3198$ zijnde, $\frac{Q}{F}=2{,}821=n$, dus $\beta=27°5'$.

Indien $\gamma=45°$, is voor het eerfte vaartuig $\beta=16°29'$, voor het andere $\beta=17°21'$.

Eindelijk, zoo $\gamma=180°$, is tang. $\beta=\infty$ $\beta=90°$ bij elk vaartuig. Men is dan in ftaat den hoek te bepalen, welke het zeil met den wind, die naar eene bekende ftreek waait, maken moet, zal het fchip de grootfte fnelheid erlangen; deze bepaling is voor alle gevallen toereikende, zoo lang men het bij den wind houden kan, doch zoodra de hoek γ zoo klein is, dat men het zeil niet fcherp genoeg bij de kiel-

lijn

lijn ftellen kan om den wind te vangen, is men genoodzaakt te laveren, en nu komt de formule, naar welke de fnelheid van het fchip in den wind gevonden wordt, in aanmerking.

§. 120.

De windftreek bij welke men niet meer zeilen kan, maar laveren moet, is die, wanneer $\gamma = \beta$ is, men heeft als dan $c = 0$; daar nu β alle waardijen van 90° tot 0° hebben kan, konde men, theoretisch befchouwd, ook met den kleinften hoek γ zeilen; alleen β en γ klein zijnde, is $\text{fin.}\,\overline{\gamma - \beta}\ \overline{\text{fin.}\,\beta}$ nog veel kleiner, dus de fnelheid al te gering zoude worden; men neme dan aan dat β de kleinfte hoek zij onder welken het zeil gefteld zijnde, men nog bij den wind zeilen kan, daar nu $\text{tang.}\,\beta = \frac{-\cot.\gamma + \sqrt{n + \text{cofec.}\,\gamma^2}}{1+n}$, is $\text{tang.}\,\gamma = \frac{2\,.\,\text{tang.}\,\beta}{1 - (1+n)\,\text{tang.}\,\beta^2}$, en γ de windftreek, waarmede men nog met den meesten fpoed zeilen kan, doch zoodra γ kleiner wordt moet men laveren.

Bij het laveren komt het er het meest op aan, dat men zoo veel mogelijk in den wind wint, de wind dus vlak van voren komende, moet men bij elken gang zoo veel mogelijk in denzelven opzeilen. De fnelheid waarmede het fchip in den wind opzeilt, is naar §. 115 $XG = \frac{TA^2 v\,\text{fin.}\,\overline{\gamma - \beta}\,(r\,\text{fin.}\,\beta\,\text{cof.}\,\gamma - R\,\text{cof.}\,\beta\,\text{fin.}\,\gamma)}{TA^2(r\,\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 + R\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2) + m\,r\,R}$

$= \frac{v\,\text{fin.}\,\overline{\gamma - \beta}\,(r\,\text{fin.}\,\beta\,\text{cof.}\,\gamma - R\,\text{cof.}\,\beta\,\text{fin.}\,\gamma)}{r\,\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 + R\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2 + \frac{2\sigma r R}{A^2}}$; uit deze equatie blijkt het, dat hoe groot men A^2 of het zeil ook make, die fnelheid nimmer

$= \frac{v\,\text{fin.}\,\gamma - \beta\,(r\,\text{fin}\,\beta\,\text{cof.}\,\gamma - R\,\text{cof.}\,\beta\,\text{fin.}\,\gamma)}{r\,\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 + R\,\text{cof.}\,\beta^2}$ worden kan, wijders dat de fnelheid XG grooter zal worden, indien $\frac{R}{r}$ kleiner wordt, en dus, bij lange en fcherp-toeloopende vaartuigen, grooter zijn dan bij kortere en die minder gebogen zijn.

§. 121.

Om den hoek, dien de wind met de kiel moet maken γ, te vinden (β gegeven zijnde) bij welken men het meest in den wind winnen zal, differentiere men de equatie $XG = \dfrac{v\,\text{fin.}\,\overline{\gamma - \beta}\,(r\,\text{fin.}\,\beta\,\text{cof.}\,\gamma - R\,\text{cof.}\,\beta\,\text{fin.}\,\gamma)}{r\,\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 + R\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2 + \frac{20rR}{A^2}}$, γ alleen veranderlijk stellende; men verkrijgt dan voor het maximum

$$(r+R)\,\text{tang.}\,\beta\,(1-\text{tang.}\,\gamma^2) + 2r\,\overline{\text{tang.}\,\beta}^2\,\text{tang.}\,\gamma - 2R\,\text{tang.}\,\gamma = 0$$

waaruit men vindt $\text{tang.}\,\gamma = \dfrac{\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 - \frac{R}{r}\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2 \pm \sqrt{(\overline{\text{fin.}\,\beta}^2 + \frac{R^2}{r^2}\,\overline{\text{cof.}\,\beta}^2)}}{\left(1+\frac{R}{r}\right)\text{fin.}\,\beta\,\text{cof.}\,\beta}$ voor den hoek, dien de wind met de kiel moet maken, zal het vaartuig het meest in den wind winnen.

Daar in deze equatie A^2 of de de grootte van het zeil niet inkomt, hangt deze hoek, en dus de streek waarop men zeilen moet, alleen van de verhouding tusschen den regten en zijdelingschen tegenstand $\frac{R}{r}$, en van den gegeven hoek β, dien het zeil met de kiel maakt, af. Indien men dan, bij voorbeeld, $\frac{R}{r} = \frac{1}{11}$, en $\beta = 30°$ stelt, vindt men $\gamma = 55° 31'$, voor het liniefchip vindt men nagenoeg dezelfde waardij, daar $\frac{R}{r}$ bij hetzelve van deze waardij weinig verschilt: alle vaartuigen dus, wier tegenstand niet veel van deze verschilt, moeten bij het laveren, het zeil op $30°$ gesteld zijnde, op $55°\frac{1}{2}$ tegen den wind houden.

Bij deze berekening onderstelde men den hoek β onveranderlijk, en γ alleen differentiabel; doch men kan even zoo wel γ onveranderlijk, en β alleen differentiabel nemen, en in deze onderstelling den hoek β zoeken, welke het zeil met het schip maken moet, indien de hoek γ welke de wind met de kiel maakt gegeven is. Men differentiere dan de equatie van XG, β alleen veranderlijk stellende, als dan vindt men voor het maximum van XG, of de grootste snelheid in den wind

$$\overline{\text{tang.}\,\beta}^2 + \frac{2r(A'+B) - 2AR\,\overline{\text{tang.}\,\gamma}^2}{A'(r+R)\,\text{tang.}\,\gamma}\,\text{tang.}\,\beta - \frac{A'+B}{A} = 0, \text{ en dus}$$

$$\text{tang.}\,\beta = -\frac{(A'+B)r - A'R\,\text{tang.}\,\gamma}{A'(r+R)\,\text{tang.}\,\gamma} \pm \sqrt{\left(1+\frac{B}{A'}+\overline{\frac{(A'+B)r - A'R\,\text{tang}\,\gamma}{A'(r+R)\,\text{tang.}\,\gamma}}^2\right)}$$

waar men voor $r(A^2+20R)$, $'A$, voor $A^2(R-r)$, B gesteld heeft. Men

heeft

heeft aldus twee equatien gevonden, de eerste voor γ, β onveranderlijk zijnde, de andere voor β, γ onveranderlijk zijnde; indien men nu de waardij van tang.γ, uit de eerste equatie, in de tweede overneemt, wordt deze eene equatie alleen tusschen β, en gegevene grootheden; wijders de waardij van β uit deze equatie gevonden, in de eerste equatie brengende, vindt men γ; en dus de beide hoeken β en γ, zoo die welke de wind met het zeil, als die het zeil met de kiellijn, moet maken, zal het schip het allerspoedigst in den wind winnen. Deze berekening is in der daad langwijlig, hoewel zij voor een ieder, die slechts de equatien van den tweeden graad weet optelossen, en eenige vaardigheid verkregen heeft in de verwisseling der trigonometische grootheden, geene moeijelijkheid heeft; doch daar de waardijen voor γ en β voor elk schip, naar mate der grootte van het zeil, verschillen, zijn wij in geene dezer bijzondere berekeningen getreden, doch moeten alleen, maar die door D. JUAN gedaan, hier aanmerken, dat zoo men $A^2 = 24000$ stelt bij het linieschip $\gamma = 56°$, $\beta = 30°\frac{1}{3}$ zijn moet; voorts willen wij den Lezer naar het *Exam. Maritime* Tom. II. p. 248 enz. verwijzen, waar men de hoeken γ en β, bij verschillende windkracht en grootte der zeilen berekend vindt: De equatie van XG wordt $= 0$, zoo $\frac{R}{r} = \frac{\text{tang.}\,\beta}{\text{tang.}\,\gamma}$ is, waaruit volgt, dat men laverende tang.β nimmer $= \frac{R}{r}$ tang.γ nemen mag: Bij het schip, waar $\frac{R}{r} = \frac{282}{3198}$ is, mogen dan nimmer

β	en γ	β	en γ
1°	11°	30°	82°
5	45	40	84
10	63	50	86
15	72	60	87
20	76	70	88
25	80	80	89

tevens genomen worden: op dezelfde wijze kan men voor elk schip uit $\frac{R}{r}$ de hoeken β en γ vinden, welke men zorgvuldig vermijden moet; daar er nu voor elken hoek γ eene zekere stand van het zeil is, (die door den hoek β bepaald wordt) waarmede het vaartuig niets in den wind zoude kunnen winnen, ziet men van hoe veel belang het is deze hoeken, die bij elk vaartuig eenigermate verschillend bevonden worden, voor elk vaartuig te kennen.

§. 122.

§. 122.

Na aldus de formulen der ſnelheid, zoo der regtſtreekſche, als van die in den wind bij het laveren, overwogen te hebben, blijft alleen overig de vraag, of men bij de grootſte ſnelheid in de rigting, niet tevens de minſte zijdelingſche afwijking zoude kunnen vereenigen; §. 115 is de zijdelingſche ſnelheid $d = \frac{TA^2R \cdot \nu \cdot \text{ſin.}\,\overline{\gamma - \beta}\ \text{coſ.}\,\beta}{TA^2(r\ \text{ſin.}\,\beta^2 + R\ \text{coſ.}\,\beta^2) + mrR}$ $= \frac{A^2R\nu\ \text{ſin.}\,\overline{\gamma - \beta}\ \text{coſ.}\,\beta}{A^2(r\ \text{ſin.}\,\beta^2 + R\ \text{coſ.}\,\beta^2) + 20rR}$, en voor $rA^2 + 20Rr$, B; voor $A^2(r - R)$, C ſtellende, $= \frac{A^2R\nu\ \text{ſin.}\,\overline{\gamma - \beta}\ \text{coſ.}\,\beta}{B - C\ \text{coſ.}\,\beta^2}$, deze equatie differentierende, β alleen veranderlijk zijnde, verkrijgt men voor het maximum, $-C + B + 2B\ \text{tang.}\,\gamma$. $\text{tang.}\,\beta - B\ \text{tang.}\,\beta^2 = 0$, waaruit $\text{tang.}\,\beta = \text{tang.}\,\gamma \pm \sqrt{\frac{B - C}{B} + \text{tang}\ \gamma^2}$ dat dit vereischte voor het maximum zijn moet, blijkt, om dat $\beta = 90°$ zijnde, d een minimum $= 0$ wordt; wij vonden §. 119 voor de grootſte ſnelheid, $\text{tang.}\,\beta = \sqrt{\frac{F}{Q - F}}$, 't welk voor het ſchip, waarin $R = 5$, $r = 60$ en $A^2 = 600$ is, $\beta = 31°\,29'$ en $\gamma = 121°\,29'$ §. 119 geeft, doch voor den zelfden hoek γ zal $\beta = 2°\frac{1}{2}$ zijn, voor de grootſte zijdelingſche ſnelheid; daar nu $\beta = 31°\,27'$ voor de grootſte regtſtreekſche ſnelheid genomen moet worden, ziet men dat deze ſtand van het zeil tevens ver af is van de grootſte zijdelingſche ſnelheid, die dan ook altijd zoo veel mogelijk vermijd moet worden.

Ten einde men de verſchillende ſnelheden, die het zelfde vaartuig naar den bijzonderen ſtand van het zeil en windſtreek hebben moet, zoude mogen overzien, zal ik dezelve hier kortelijk herhalen.

Voor den wind zeilende, is $\gamma = 180°$ en dus $\beta = 90°$ de ſnelheid $c = \frac{A^2\ \nu}{A^2 + 20R}$ voor $A^2 = 600$, $R = 5$, is $c = \frac{6}{7}\nu$, voor de grootſte ſnelheid vond men $\gamma = 121°\,29'$ $\beta = 31°\,29'$, en $c = \frac{25}{28}\nu$.

Bij halfwind, of $\gamma = 90°$ zijnde, is $\beta = 24°\,49'$ en $c = 0{,}92\,\nu$. Eindelijk laverende ſta het zeil op $30° = \beta$ en γ zij $= 55°$, men vindt XG of 't geen men in den wind wint bijna $\frac{5}{8}\nu$, na dus de reſultaten der theorie van D. JUAN, voor elke

hoofd-

hoofdfoort van zeiling te hebben opgegeven, zullen wij de gewone theorie hierop laten volgen.

§. 123.

De tegenftand op het parallelepipedum ABCD, 't welk in de rigting FX, Fig. 27. AFX, ϕ noemende, bewogen wordt, is, van voren naar de gewone theorie in de rigting AB, $\frac{m}{4g}c^2.\mathrm{CD}.p\,\overline{\text{cof.}\,\phi}^2 = \mathrm{F}\epsilon$, op de zijde naar CD $= \frac{m}{4g}c^2\mathrm{AB}.p.\overline{\text{fin.}\,\phi}^2 = \mathrm{F}\gamma$, waar p de diepte uitdrukt; men heeft dus $\mathrm{F}\delta = \frac{m}{4g}pc^2\sqrt{(\overline{\mathrm{CD}}^2\,\overline{\text{cof.}\,\phi}^4 + \overline{\mathrm{AB}}^2\,\overline{\text{fin.}\,\phi}^4)}$, en $\frac{\epsilon\delta}{\epsilon\mathrm{F}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{CD}}\,\text{tang.}\,\phi^2 = \text{tang. AFY}$; dus is F$\delta$ de kracht, die naar den hoek AFY $= \psi$ aangebragt, het parallelepipedum, volgens de rigting FX, zal bewegen: — zoo men den regten tegenftand Fϵ op den voorfteven P′, dien op de zijde Fγ, Q′ noeme, is tang. $\psi = \frac{\mathrm{Q}'}{\mathrm{P}'}\overline{\text{tang.}\,\phi}^2$; op een regtlijnig vlak is de tegenftand $\frac{mc^2}{4g}p.\mathrm{CD}$ van voren, waar p de diepte, CD de breedte van den regthoek is; het profil bij fchepen is fteeds grooter dan $\frac{1}{2}p.\mathrm{CD}$, doch kleiner dan $p.\mathrm{CD}$; men ftelle met EULER (*) eene gemiddelde grootte $\frac{3}{4}p.\mathrm{CD}$, men noeme $\frac{3}{4}\,\frac{mc^2}{4g}p.\mathrm{CD}$, R, en nR den tegenftand op het fchip van voren, dan is naar EULER §. 24 $n = \frac{2bb}{aa+2bb}$, of harmoniesch midden evenredig tusfchen 1 en $\frac{b^2}{a^2+b^2}$, ($a = \mathrm{AB}$, $b = \mathrm{CD}$ zijnde); P zij $= \frac{2b^2}{a^2+2b^2}.\frac{3}{4}.pb$, en $\mathrm{Q} = \frac{2a^2}{b^2+2a^2}.\frac{3}{4}.p.a$; waaruit tang. $\psi = \frac{a^3(a^2+2b^2)}{b^3(b^2+2a^2)}\overline{\text{tang.}\,\phi}^2$ wordt, en, zoo a aanmerkelijk grooter is dan b, tang. $\psi = \frac{a^3}{2b^3}\overline{\text{tang.}\,\phi}^2$; daar nu tang. ψ ook $= \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}}\overline{\text{tang.}\,\phi}^2$ is, zal $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{Q}\,\overline{\text{tang.}\,\phi}^2}{\text{tang.}\,\psi}$ zijn, welke waardij in de equatie $\mathrm{F}\delta = \frac{mc^2}{4g}\sqrt{(\mathrm{P}^2\overline{\text{cof.}\phi}^4 + \mathrm{Q}^2\overline{\text{fin.}\,\phi}^4)}$ gefteld, komt $\mathrm{F}\delta = \frac{mcc}{4g}\sqrt{\mathrm{Q}^2\left(\frac{\text{fin.}\phi^4}{\text{tang.}\,\psi^2} + \text{fin.}\phi^4\right)} = \frac{mcc\,\mathrm{Q}\,\overline{\text{fin.}\,\phi}^2}{4g\,\text{fin.}\,\psi}$; voor Q, $\frac{3a^3p}{2(b^2+2a^2)}$ ftellende, wordt $\mathrm{F}\delta = \frac{3ma^3pcc\,\text{fin.}\,\phi^2}{16g(b^2+2a^2)\,\text{fin.}\,\psi}$

de

(*) *Theorie de la conftr. & manoeuvr. des Vaiffeaux, feconde Partie*, §. 33.

de kracht die in F, naar δF aangebragt, het ſchip volgens F X zal doen voortgaan. Deze rigting is in fig. 31 w t, waar n w t, ϕ is; Z E zij dan het zeil, VW de ſtreek
Fig. 31. en kracht van den wind v, Z W V, λ; dus $V\varepsilon = v \sin.\lambda$; uit t eene loodlijn t q op het zeil ZE neêrlatende, is $tq = wt \sin. twE$, maar $\sin. twE = \sin. [Bwt + ZWB] = \sin.(\phi + \beta)$, β de hoek zijnde, dien het zeil met de kiel maakt; indien nu w t de ſnelheid van het ſchip c, die van den wind v zij, is de betrekkelijke ſnelheid van den wind, die loodregt op het zeil valt $\gamma\varepsilon - tq = v \sin.\lambda - c \sin.(\phi+\beta)$, en deszelfs kracht welke den tegenſtand moet overwinnen, naar de gewone theorie $= \frac{m'}{4g} AA(v \sin.\lambda - c \sin.(\phi+\beta))^2$.

Men noeme $\frac{2a^2}{2a^2+b^2}$, r, zoo moet $F\delta = \frac{3 mapccr\, \overline{\sin.\phi}^2}{16 g \sin.\psi}$ $= \frac{m'}{4g} AA(v \sin.\lambda - c \sin.(\phi+\beta))^2$ zijn; men vindt hier uit de ſnelheid van het ſchip $c = \frac{v \sin.\lambda \sqrt{AA}}{\sqrt{600\, aprs} + \sin.(\phi+\beta) \sqrt{AA}}$, naar de rigting wt of FX (fig. 27), $\frac{m}{m'}$ met EULER, $= 800$ en $s = \frac{\sin.\phi^2}{\sin.\psi}$ ſtellende: L. EULER geeft in het aangehaalde werk twee tafelen, uit welke men de waardij van $s = \frac{\overline{\sin.\phi}^2}{\sin.\psi}$ bij verſchillende
Fig. 31. vaartuigen en onderſcheiden koerſen vinden kan. Men heeft namelijk n W Y of $\psi = 90 - (ZWB = \beta)$; nu is $\tang.\psi = \cotang.\beta = \frac{a^3}{2b^3} \overline{\tang.\phi}^2$, dus $\tang.\phi = \cot.\beta \sqrt{\frac{2b^3}{a^3}}$: de eerſte tafel (Chap. IV) geeft de waardij ϕ, uit de gegevene waardij van β, naar de verſchillende waardijen van $a = 3b$ tot $a = 6b$; de tweede tafel geeft $s = \frac{\sin.\phi^2}{\sin.\psi}$, bij voorbeeld: de hoek van het zeil met de kiel β zij $50°$, en $a = 5b$, dan is, naar de eerſte tafel, $\phi = 6° 37'$, en daar $\psi = 90 - \beta = 40°$, vindt men uit de tweede tafel $\frac{\sin.\phi^2}{\sin.\psi} = s = 0{,}0207$.

§. 124.

Zoo men voor λ, $\gamma - \beta$ ſtelt, is $c = \frac{v \sin.\overline{\gamma - \beta} \sqrt{AA}}{\sqrt{600\, aprs} + \sin.\overline{\phi + \beta} \sqrt{AA}}$; doch deze equatie geldt alleenlijk voor de ſchuinſche koerſen, want $\beta = 90°$, en dus ϕ en ψ nul zijnde, is $s = \frac{0}{0}$ eene onbepaalde grootheid. Om eene meer algemeene equatie

te

te verkrijgen ſtelle men in $F\delta = \frac{mcc}{4g} \sqrt{(PP\,\overline{\text{coſ.}\,\phi}^2 + QQ\,\overline{\text{ſin.}\,\phi}^2)}$, voor Q, $\frac{P\,\text{tang.}\,\psi}{\text{tang.}\,\phi^2}$ deszelfs waardij, men heeft dan $F\delta = \frac{mcc\,P\,\text{coſ.}\,\phi^2}{4g\,\text{coſ.}\,\psi}$; nu is $P = \frac{2bb}{2bb+aa}\,\frac{1}{4}.pb$ dus $\frac{2bb}{2bb+aa}$, n noemende, $F\delta = \frac{3mccnbp\,\overline{\text{coſ.}\,\phi}^2}{4.4g\,\text{coſ.}\,\psi}$, 't welk $= \frac{m'A^2}{4g}(v\,\text{ſin.}\,\lambda - c\,\text{ſin.}\,\overline{\phi+\beta})^2$ zijn moet, waaruit men de ſnelheid vindt $c = \frac{v\,\text{ſin.}\,\lambda\sqrt{AA}}{\sqrt{600\,nbp\,\frac{\text{coſ.}\,\phi^2}{\text{coſ.}\,\psi}} + \text{ſin.}\,(\phi+\beta)\sqrt{AA}}$ welke waardij met de vorige overeenkomt, daar $\frac{bn\,\overline{\text{coſ.}\,\phi}^2}{\text{coſ.}\,\psi} = \frac{ar\,\text{ſin.}\,\phi^2}{\text{ſin.}\,\psi} = ars$ is; deze uitdrukking nu geldt ook voor den regten koers, $\phi = 0$ zijnde; men vindt dan de ſnelheid $c = \frac{v\,\text{ſin.}\,\lambda\sqrt{AA}}{\sqrt{600\,nbp} + \sqrt{AA}}$; daar nu $\lambda = \gamma - \beta = 90°$, en $\beta = 90°$ alsdan tevens zijn moet, wordt $c = \frac{v\sqrt{AA}}{\sqrt{600\,nbp} + \sqrt{AA}}$ vergel. §. 113, waar wij R' noemden 't geen hier $\frac{3nbp}{4.4.g}$ genoemd is.

§. 125.

De laatstgevondene equatie, welke wij boven de eerſte, om gemelde redenen, verkiezen, onderſtelt, zoo wel als de vorige, dat men, om de ſnelheid van een ſchip, welks tegenſtand door ϕ en β bekend is, te vinden, de ſnelheid van den wind v en deszelfs rigting voor λ kenne. Men heeft op zee, en bij elk zeilend ſchip geen ander middel om de rigting van den wind te kennen, dan den wimpel of vlag; maar de hoek, welke deze met de kiel of rigting maakt, kan in geen geval de ware rigting van den wind aanduiden, uitgezonderd alleen wanneer men den wind vlak van achteren heeft. Het is van belang den waren hoek, welke de wind met het zeil maakt, uit den ſtand van den wimpel ſteeds te kunnen vinden; men heeft hiertoe in aanmerking te nemen, dat de hoek des wimpels met de kiellijn, van den voorſteven gerekend, ſteeds grooter is dan den waren hoek, en dat het verſchil des te aanmerkelijker is, naar mate het ſchip ſneller voortga: trouwens de wind niets anders zijnde, dan de luchtſtroom zelve met eene zekere ſnelheid bewogen, moet de wimpel die met dezelfde snelheid en in dezelfde rigting als het vaartuig bewogen wordt, door den tegenstand der lucht bij deze beweging noodzakelijk naar achteren wijken, en dus eene andere rigting hebben dan zoo het vaartuig stil lag, of min snellen voortgang had.

Fig. 33. A B zij de koers, bij B den voorsteven van het schip, $DE = c$ deszelfs snelheid, dan lijdt de wimpel eenen tegenstand D E van den botsenden luchtstroom, $EC = v$ drukke de kracht en rigting van den wind uit, dus werken er als twee krachten D E en E C tevens op den wimpel; deze moet dus, naar de leer der zamengestelde krachten, eenen stand D C aannemen die met de rigting des diagonaals van het parallelogram, wiens zijden D E en C E zijn, overeenkomt, terwijl deze diagonaal de betrekkelijke windkracht zelve zal uitdrukken: men noeme $CD = s$, en den hoek $BDC = \delta$, dan zal $ss = vv - cc - 2cv \cos. \delta$ zijn: het schip wordt dus door den wind als met eene kracht s bewogen, die met de rigting een hoek δ maakt; of zoo men L' den hoek stelt, onder welken de betrekkelijke windkracht D C op het zeil valt, dan is, naar de gewone theorie, het vermogen der windkracht $= \frac{m'}{4g} AA\, ss \sin. L$, hetwelk naar de vorige $\S = \frac{3mccapr\, \overline{\sin. \phi}^2}{16g \sin. \psi}$ gesteld zijnde, komt voor de snelheid van het schip in den koers $c = s \sin. L' \sqrt{\frac{AA \sin. \psi}{600\, apr \sin. \phi}}$.

§. 126.

Om de grootste snelheid c, de gedaante van het schip, de grootte van het zeil AA, benevens de betrekkelijke snelheid s en de diepte p gegeven zijnde, te vinden, zijn alleen $\sin. L' \sqrt{\frac{\sin. \psi}{\sin. \phi^2}}$ veranderlijk; men noeme δ den hoek, welke de wind met de rigting van het schip maakt, dan is $\delta = L' + \beta + \phi$, $\beta = 90 - \psi$ zijnde, dus $\sin. (\delta - \beta - \phi) \frac{\sqrt{\cot. \beta}}{\sin. \phi}$; voor een gegeven windstreek of hoek δ, zijn nu alleen β en ϕ veranderlijk, men stelle dan de formule $(\sin. \overline{\delta - \beta} \cot. \phi - \cos. \overline{\delta - \beta}) \sqrt{\cos. \beta}$, welke gedifferentieerd en vermenigvuldigd met $\frac{\sqrt{\cos. \beta}}{\cos. \overline{\delta - \beta} . \sin. \beta}$, geeft $- \cot. \phi \cot. \beta d\beta$ $- \tang. \overline{\delta - \beta}\, \overline{\operatorname{cosec}. \phi}^2 \cot. \beta\, d\beta - \tang. \overline{\delta - \beta} \cot. \beta\, d\beta - \frac{1}{2} \tang. \overline{\delta - \beta} \cot. \phi\, d\beta$

$+ \frac{1}{2} d$

$+\frac{1}{2}d\beta = o$, daar nu cot. $\beta = n$ tang. ϕ^2, is $d\phi = \frac{-\text{cof.}\,\phi^2 \,.\, d\beta}{2n\ \text{fin.}\,\phi\ \overline{\text{fin.}\,\beta}^2}$, 't welk voor $d\phi$, en voor cot. β, n tang. ϕ^2 plaatfende, verkrijgt men, door $\overline{\text{fin.}\,\beta}^2$ vermenigvuldigende, $-$cot. ϕ cof. β fin. $\beta + \frac{1}{2}$ tang. $\overline{\delta - \beta}$ cot. ϕ cof. $\beta^2 -$ tang $\overline{\delta - \beta}$ cof. β fin β $+\frac{1}{2}$ fin. $\beta^2 = o$, 't welk door cof. β^2 deelende, komt $-\frac{\text{tang.}\,\beta}{\text{tang.}\,\phi} + \left[\frac{1}{2\,\text{tang.}\,\phi} - \text{tang.}\,\beta\right]$ tang. $\overline{\delta - \beta}$ $+\frac{1}{2}\ \overline{\text{tang.}\,\beta}^2 = o$ waaruit tang. $(\delta - \beta) = \frac{1}{2}$ tang. $\beta \left[\frac{2 - \text{tang.}\,\phi\ \text{tang.}\,\beta}{\frac{1}{2} - \text{tang.}\,\phi\ \text{tang.}\,\beta}\right]$ (*) waar β, den hoek uitdrukt, welke men bij een' windhoek δ, en afwijking ϕ, aan het zeil moet geven.

Men vindt voor een fchip, welks lengte en wijdte a en b bekend zijn ϕ door β, daar cot. $\beta = \frac{a^2}{2b^2}$ tang. ϕ^2 is; ϕ en β bekend zijnde kent men wijders $\frac{\text{fin.}\,\phi^2}{\text{cof.}\,\beta}$, door EULER s genoemd, dus ook $L' = \delta - (\beta + \phi)$ indien de windftreek δ gegeven is.

EULER berekende de waardijen, die naar deze formule bij elkander behooren, voor allerlei vaartuigen; trouwens naar zijne theorie zijn alle vaartuigen tusfchen de limiten $a = 3b$ en $a = 6b$ befloten; men heeft dan VII tafelen, waarin de coëfficient van b, van 3 tot 6 door halven opklimt. Nu berekende EULER voor alle waardijen van β, van 5 tot 5 graden, en vond hieruit voor elke tafel de waardijen van ϕ; wijders, uit β en ϕ de waardijen $\delta - \beta$, en dus δ; zoo dat men uit deze tafelen, voor elk foort van vaartuig, de hoeken δ, β, en L' of bij EULER θ vindt, die voor de grootfte fnelheid in de rigting bij elkander behooren, en tevens deze fnelheid c zelve.

Voorbeeld: a zij $= 6b$, men vindt dan in de VIde tafel voor δ, $137°\,3'$, $\beta = 60°$, $\phi = 4°\,11'$, en L' of $\theta = 72°\ 52'$, den hoek, welke de wimpel met het zeil maakt; indien dan de wimpel een' hoek van $137°\,3'$ met de rigting, waarin het fchip voortgaat, maakt, moet het zeil een' hoek van $60°$ met de kiel maken, of een van $72°\ 52'$ met den wimpel, wanneer het fchip het meest zal vorderen.

§. 127.

(*) EULER *Theorie des Vaisf.* Part. III §. 35. Daar EULER alleen het refultat dezer differentiering geeft, meenden wij onzen lezers geen ondienst te doen, dezelve hier te ontwikkelen.

§. 127.

Indien s de betrekkelijke ſnelheid van den wind, L′ den betrekkelijken invalshoek op het zeil, $P = \frac{4gP'}{mcc}$ beduidt, moet, naar §. 124, $\frac{mccP\,\overline{\text{coſ.}\,\phi}^2}{4g\,\text{coſ.}\,\psi}$ $= \frac{m'A^2}{4g}s^2\,\text{ſin.}\,L'^2$ zijn, waaruit $c = s\,\text{ſin.}\,L'\sqrt{\left(\frac{AA\,\text{coſ.}\,\psi}{800\,P\,\text{coſ.}\,\phi^2}\right)}$, $\frac{m'}{m}$ met EULER $= 800$ ſtellende, doch zoo v de volſtrekte ſnelheid van den wind aanduidt, heeft men naar §. 124 $\frac{mccP\,\text{coſ.}\,\phi^2}{4g\,\text{coſ.}\,\psi} = \frac{m'AA}{4g}(v\,\text{ſin.}\,\lambda - c\,\text{ſin.}\,\overline{\phi+\beta})^2$ en dus de ſnelheid van het vaartuig $c = \frac{v\,\text{ſin.}\,\lambda}{\sqrt{800\frac{P\,\text{coſ.}\,\phi^2}{AA\,\text{coſ.}\,\psi}+\text{ſin.}\,\overline{\phi+\beta}}}$.

De eerſte equatie is voor de betrekkelijke windkracht s, en den betrekkelijken invalshoek L′, de tweede voor de volſtrekte kracht v, en hoek λ. Men heeft in de eerſte equatie s ſin. L′ in plaats van v ſin. $\lambda - c$ ſin. $\overline{\phi+\beta}$ der tweede; de gelijkheid dezer waardijen laat zich uit deze gemakkelijke conſtructie opmaken.

Fig. 34. k p zij de kiellijn, de hoek k p m $= \phi$ de afwijking, de rigting van het zeil zij o p, de hoek o p k $= \beta$, q p de waare ſnelheid en rigting van den wind v, dus o p q $= \lambda$, p m de ſnelheid van het ſchip in den koers c: men make het parallelogram q m, trekke den diagonaal p s; men late uit m, q, en s op deze de regtſtandige m n, q t, s z tot o p neder, en make s y evenwijdig met z t; nu is de diagonaal s p de betrekkelijke ſnelheid van den wind, wiens invalshoek op het zeil s p z $=$ L′ is, en s p zelve $= s$, dus s ſin. L′ $=$ s z; de $\triangle\triangle$ m n p, q y s zijn gelijkvormig, en gelijk, dus q y $=$ m n, en q t $-$ q y $=$ q t $-$ m n $=$ s z; maar q t $=$ q p ſin. q p t $= v$ ſin. λ, m n $=$ p m ſin. m p n $= c$ ſin. $(\beta+\phi)$ dus v ſin. $\lambda - c$ ſin. $(\beta+\phi)$ $=$ s z $= s$ ſin. L′, waaruit de volkomen gelijkheid dier waardijen blijkbaar is.

Eene zwarigheid blijft nog te vereffenen overig; naar de eerſte equatie wast de ſnelheid van het ſchip ſteeds met de grootte van het zeil, en ſchijnt dus onbepaald met hetzelve te kunnen toenemen, terwijl naar de tweede equatie, de ſnelheid c nimmer grooter dan $\frac{v\,\text{ſin.}\,\lambda}{\text{ſin.}\,(\phi+\beta)}$ kan worden; doch men neme hier in aanmerking, dat, in in de eerſte equatie L′, de invalshoek ſteeds afnemen moet, hoe grooter de ſnelheid van het ſchip zij, en dus A A, en hier door de ſnelheid p m aanwasſende, en L′ tevens verminderende, het product uit beide ſteeds eene eindige grootheid blijven zal.

§. 128.

In de behandeling der theorie van D. JUAN, zochten wij de ſnelheid c, welke in de rigting der kiel, of die op deze perpendiculair is, de zijdelingſche te weten, die wij §. 114 d noemden; ook werd overal de ware windſnelheid v en hoek van invalling λ gebruikt, om dan de gewone laatst behandelde theorie met die van D. JUAN te vergelijken, moet de ſnelheid in de rigting w t (fig. 31), welke bij EULER c is, tot de ſnelheid in de rigting der kiel herleid worden; men behoort dus de equatie $c = s\ \text{ſin.}\ L' \sqrt{\frac{AA\ \text{coſ.}\ \psi}{800\,P\ \text{coſ.}\ \phi^2}}$, met coſ. ϕ te vermenigvuldigen, daar dan $c\ \text{coſ.}\ \phi$ de ſnelheid in deze rigting zijn zal, verkrijgt men $s\ \text{ſin.}\ L' \sqrt{\frac{AA\ \text{coſ.}\ \psi}{800\,P}}$ voor de ſnelheid langs de kiel.

$L' = \delta - \beta - \phi$ ſtellende, en $\psi = 90 - \beta$ zijnde, differentiere men $\text{ſin.}\ (\delta - \beta - \phi) \sqrt{\text{ſin.}\ \beta}$, β en ϕ veranderlijk ſtellende, en $\text{cot.}\ \beta = n\ \overline{\text{tang.}\ \phi}^2$ zijnde, voor $\text{ſin.}\ (\delta - \beta - \phi)$, $\text{ſin.}\ \overline{\delta - \beta}\ \text{coſ.}\ \phi - \text{coſ.}\ \overline{\delta - \beta}\ \text{ſin.}\ \phi$ plaatſende, vindt men na in de plaats ſtelling van $\frac{-\text{coſ}\ \phi^2\, d\beta}{2n\ \text{ſin.}\ \phi\ \overline{\text{ſin.}\ \beta}^2}$, voor $d\phi$, voor het vereischte tot het maximum der ſnelheid $\text{tang.}\ (\delta - \beta - \phi) = \text{tang.}\ \beta \left[2 - \frac{\text{ſin.}\ 2\phi}{\text{ſin.}\ 2\beta}\right]$; bij voorbeeld, $\beta = 60°$, en $\phi = 4° 11''$ zijnde, is δ, $136° 41'$; 't welk voor dit geval weinig van de te voren gevonden waardij voor de grootſte ſnelheid in de rigting w t verſchilt, doch in andere gevallen wordt het verſchil aanmerkelijk, zoo vindt men, bij voorbeeld, voor $\beta = 15°$, $\phi = 10° 32'$, en $\delta = 44° 29'$ voor de grootſte ſnelheid in de rigting der kiel, doch $\delta = 45° 44'$, voor die naar w t, en het verſchil is te grooter, naar mate β kleiner wordt. — In de berekening der ſnelheid, volgens D. JUAN, moet nu wijders in plaats van de ware ſnelheid en rigting

ting van den wind, de ſchijnbare gebruikt worden, zal men de reſultaten der beide theorien behoorlijk kunnen vergelijken. In §. 114 vonden wij de betrekkelijke ſnelheid en haar vermogen op het zeil, $v \sin.\lambda - c \sin.\beta - d \cos.\beta$, waar voor wij nu hier $s \sin.L'$ plaatſen mogen, dus zal equatie I in die §, nu $mcR = TA^2 s \sin.L' \sin.\beta$ zijn, waaruit $c = \frac{TA^2 s}{mR} \sin.L' \sin.\beta = \frac{A^2 s}{20R} \sin.L' \sin.\beta$, voor de ſnelheid in de rigting der kiel; $L' = \delta - \beta - \phi$ ſtellende, waar ϕ den hoek nwt, of de afwijking beteekent, welke uit de genoemde §. door de equatie $\text{tang.}\,\phi = \frac{R}{r} \cot.\beta$, R en r gegeven zijnde, voor elke waardij van β gevonden wordt; men zoeke dus het maximum van $\sin.(\delta - \beta - \phi) \sin.\beta = (\sin.\overline{\delta - \beta} \cos.\phi - \cos.\overline{\delta - \beta} \sin.\phi) \sin.\beta$, 't welk differentierende, geeft $d\beta + d\phi = \text{tang.}\,(\delta - \beta - \phi) \cot.\beta\, d\beta$ of voor $d\phi$, $\frac{-R \cos.\phi^2}{r \sin.\beta^2} d\beta = \frac{-\sin.2\phi}{\sin.2\beta} d\beta$ plaatſende, $\text{tang.}(\delta - \beta - \phi) = \text{tang.}\,\beta \left[1 - \frac{\sin.2\phi}{\sin.2\beta}\right]$ het vereischte, zal de ſnelheid van het ſchip naar de rigting der kiel voor een gegevene rigting van den wind, tot den koers die het ſchip houdt δ een grootste zijn.

De groote overeenkomst der voorwaardelijke equatien tot het maximum naar de beide theorien is inderdaad zeer opmerkelijk; alleen de waardijen van ϕ zijn in beide verſchillend; naar EULER toch is $\cot.\beta = n\, \overline{\text{tang.}\,\phi}^2$ waar $n = \frac{Q'}{P'}$, P' den regtſtandigen tegenſtand op den voorſteven, Q' dien op de zijde van het vaartuig uitdrukten, terwijl men naar §. 123 in de theorie van D. JUAN $\text{tang.}\,\phi = \frac{R}{r} \cot.\beta$, R den tegenſtand op den voorſteven, r den zijdelingſchen aanduiden. — Indien men dan de beide theorien, ten aanzien van den voordeeligſten ſtand der zeilen voor elke rigting van den wind, wil vergelijken, onderſtelle men den tegenſtand zoo van voren als op zijden naar beide even groot, of $P' = R$, $Q' = r$, dan is voor een' hoek van het zeil β, $\text{tang.}\,\phi = \sqrt{\left(\frac{P'}{Q'} \cot.\beta\right)}$ naar EULER, en dus $= \sqrt{\text{tang.}\,\phi}$ naar D. JUAN; of tang. ϕ van EULER hetzelfde als $\overline{\text{tang.}\,\phi}^2$ van D. JUAN; men onderſtelle $\frac{P'}{Q'}$ of $\frac{R}{r} = \frac{1}{32}$, dan vindt men den tegenſtand van voren tot den zijdelingſchen of $R : r = 1 : 32$, dus $\frac{R}{r} = \frac{P'}{Q'} = \frac{1}{32}$

zijn-

Naar EULER			Naar D. JUAN	
H	Φ	β	Φ	H
170°56′	22°50′	10°	10° 3′	170° 3′
137° 6′	16°20′	20°	4°54′	145° 1′
109°18′	13° 6′	30°	3° 6′	123°12′
86°18′	10°55′	40°	2° 8′	102° 8′
66°27′	9°12′	50°	1°30	81°33′
48°49′	7°39′	60°	1° 2′	61° 4′
32°17′	6° 5′	70°	0°39′	40°41′
16° 0′	4°14′	80°	0°18′	20°18′

zijnde β de hoek van het zeil met de kiel van het ſchip, indien de wimpel een hoek H met de kiel, van den voorſteven afgerekend, maakt, terwijl de waardijen β en H, naar de eene of andere theorie ſteeds bij elkander genomen, de grootſte ſnelheid in de rigting der kiel geven zullen, H het ſupplement tot $\overline{\delta - \phi}$ zijnde.

Deze manier om den hoek te vinden, waarop men het zeil moet ſtellen, om bij eene gegevene windſtreek de grootſte ſnelheid te erlangen, is van die, waarop wij naar D. JUAN §. 119 die grootſte ſnelheid zochten, geheel verſchillende, zij onderſtelt de betrekkelijke ſtreek en kracht van den wind als onveranderlijke grootheden, terwijl de hoek van het zeil met de kiel, en de afwijking, alleen veranderlijk aangenomen worden: doch in §. 119 wordt de volſtrekte ſtreek en kracht van den wind als gegeven beſchouwd, waaruit dan den hoek van het zeil met de kiel gevonden wordt. — Maar zijn niet de betrekkelijke ſtreek en kracht van den wind zelven, met β en ϕ ſteeds veranderlijk, daar, zoodra men een dezer waardijen grooter of kleiner maakt, de betrekkelijke ſnelheid sp, en de hoek L′ veranderen moeten? Het komt ons dan voor dat de bepalingen van de hoeken β, en H of δ, die wij, naar EULERS theorie, uit de betrekkelijke ſnelheids formule afleiden, zoo wel als de theorie van D. JUAN op deze wijze door ons behandeld, ſlechts formulen bij nadering geven, daar het maximum bij eene gegevene ſtreek des winds γ, op eene directe wijze alleen, naar het geen in §. 119 enz. gezegd is, kan bepaald worden.

Om eindelijk bij het laveren, naar de theorie van EULER, den ſtand der zeilen en de rigting zoo te kiezen, dat men het ſpoedigst in den wind vordere, moet niet zoo zeer de ſnelheid in den koers c, maar 't geen men in den wind wint een maximum zijn; zoo dan nu bij het laveren de wind een' hoek ζ maakt met de rigting of koers waarin het ſchip zeilt, zal $c \cos. \zeta$ of $s \cos. \zeta \sin. L' \sqrt{\frac{AA \sin. \beta}{800 P \cos. \varphi^2}}$ uitdrukken 't geen men in den wind wint. Om het maximum dezer formule te vinden, behoeft men met EULER $\cos. \zeta \sin. L'$ alleen veranderlijk te ſtellen; daar nu $\cos. \zeta \sin. L' = \frac{1}{2} \sin. (\zeta + L') - \frac{1}{2} \sin. (\zeta - L')$ waar $\zeta - L' = \beta$ de hoek is, welke het zeil met de kiel maakt, onveranderlijk gehouden wordt, moet voor het maximum de eerſte term een grootst, of $\zeta + L' = 90^\circ$ zijn.

Nu zoeke men voor een gegeven vaartuig, in een der zeven tafelen bij EULER, die de waardijen van ζ, φ, θ, β bevatten, welke voor de grootſte ſnelheid ſteeds moeten zamen gaan, §. 126, men zoeke de waardijen voor ζ en L' of θ, welker ſom 90° uitmaakt; men vindt, bij voorbeeld: voor het ſchip, waarin $a = 6b$ is, in deze tafel voor ζ, $70^\circ 25'$, θ of L $37^\circ 23'$, dus $\theta + L = 107^\circ 58'$, 't welk te groot is voor ζ $58^\circ 36'$, θ of L' $29^\circ 32'$ is $\theta + L = 88^\circ 8'$, en dus te klein; de middelbare getallen voor beide berekenende, vindt men $\zeta = 60^\circ\frac{1}{4}$, θ of $L = 29^\circ\frac{3}{4}$ voor de hoeken van den wimpel met de kiel, van achteren afgerekend, en met het zeil: voor $a = 3b$ vindt men $\zeta = 67^\circ$ en θ of L $22^\circ\frac{1}{2}$; daar nu alle vaartuigen binnen de limieten van $a = 3b$ en $6b$, naar EULERS theorie, beſloten zijn, leidt hij hieruit af, dat, om het best te laveren, ſteeds de wimpelhoek $62^\circ\frac{3}{4}$, de hoek van het zeil met de kiel $\beta = 20\frac{1}{2}$, en de invalshoek θ of L' 26° zijn moeten, en dit met weinig verſchil bij allerlei vaartuigen III Part. §. 46.

Wij kunnen niet voorbij hier eene zwarigheid te kennen te geven, welke wij, in deze berekening van de voordeeligſte wijze van laveren, vinden; EULER houdt ζ overal voor den hoek des ſchijnbaren winds met de rigting van het ſchip, dan moet ook $c \cos. \zeta$, waarvan het maximum te vinden is, te kennen geven, het geen het ſchip tegen de ſchijnbare rigting van den wind wint, terwijl men nogtans, om op de beste wijze te laveren, onderzoeken moest hoe men het meest, tegen den waren wind in, zal vorderen.

De

De formule der ſnelheid $\frac{v \text{ ſin. } \overline{\gamma' - \beta} \sqrt{AA}}{\sqrt{600\,aprs} + \text{ſin. } \overline{\phi + \beta} \sqrt{AA}} = c$, met coſ. γ' vermenigvuldigd, moest eigenlijk, naar onze meening, het geen men bij het laveren vorderen kan, uitdrukken, en nu moet voor het maximum c ſin. $(\gamma' - \beta)$ coſ. γ' of $\frac{1}{2}$ ſin. $\overline{2\gamma' - \beta} + \frac{1}{2}$ ſin. β een grootst, dus $2\gamma' - \beta = 90$ en $\gamma' = 45^{\circ} + \frac{\beta}{2}$; men vindt dan voor $\beta = 20\frac{1}{2}$, $\gamma' = 55^{\circ}\frac{1}{4}$, 't welk tevens de ſtreek is, waarop men van den wind af houden moet bij het overleggen. De invalshoek λ of $\gamma' - \beta$ zal dan $34^{\circ}\frac{3}{4}$ zijn; zoo het zeil op $30^{\circ} = \beta$ ſtaat, $\gamma' = 60^{\circ}$ de hoek des winds met de rigting wezen, of voor γ', $\gamma + \phi$, den hoek met de kiel ſtellende, is dus ϕ ($a = 6b$ en $\beta = 20^{\circ}$) $= 9^{\circ}4'$ dus $\gamma = 46^{\circ}11'$ de hoek, welke de kiel met den wind moet maken; voor $\beta = 30^{\circ}$ is $\phi = 7^{\circ}13$ en γ als dan $52^{\circ}47'$, men vindt den laatſten naar D. JUAN $= 55^{\circ}\frac{1}{2}$.

GEVOLGEN.

Zoo v de ſnelheid van den wind, c die van het ſchip in de rigting der kiel, R den regtſtandigen tegenſtand op het ſchip van voren, r den zijdelingſchen, γ den hoek, dien de luchtſtroom maakt met de kiellijn, gerekend van den voorſteven, β den hoek waarop het zeil tot de kiel ſtaat, uitdrukken, dan is, naar de theorie van D. JUAN, $c = \frac{AA\,r.v.\text{ſin } \overline{\gamma - \beta} \text{ ſin. } \beta}{AA\,(r \text{ ſin. } \beta^2 + R \text{ coſ. } \beta^2) + 20\,r\,R}$, AA de oppervlakte van het zeil in vierk. voeten zijnde.

Indien de tegenſtand op den voorſteven R, tot den zijdelingſchen r ſtaat $= 1 : p$, heeft men voor eenen gegevenen hoek γ, tang. $\beta = \frac{-\text{cot.}\gamma + \sqrt{n + \text{coſec.}\gamma^2}}{1 + n}$, $n = \frac{AA\,(p - 1)}{AA + 20\,p\,R}$ zijnde, dan zal β de hoek van het zeil zijn, bij welken men, de hoek van den wind γ zijnde, de grootſte ſnelheid c erlangen zal: *Voorbeeld*; Men zeile met half wind, dan is $\gamma = 90^{\circ}$, wijders zij $\frac{r}{R} = p = 11$, en AA $= 400$ v.v. men vindt dan tang. $\beta = \sqrt{\frac{10}{11}}$, en $\beta = 43^{\circ}46'$: indien $\gamma = 135^{\circ}$, zal $\beta = 60^{\circ}45'$ en voor $\gamma = 180^{\circ}$, $\beta = 90^{\circ}$ zijn. Naar de theorie van D. JUAN kunnen eenige

vaar-

vaartuigen sneller dan de wind zeilen, c moet dan grooter dan v, dus in de equatie de teller AA sin. $(\gamma - \beta)$ sin. $\beta \,.\, r$ grooter dan de noemer AA $(r \text{ sin.}\beta^2 + \text{R cos.}\beta^2) + 20\,r\,\text{R}$ zijn, hiertoe wordt altijd vereischt, dat de oppervlakte van het zeil AA grooter dan 20R zij, behalve andere voorwaarden in het voorgaande Hoofdstuk opgegeven, dus moest bij het zeil AA $= 400$ de tegenstand van voren, of R kleiner dan 20 zijn. Om met het meeste voordeel te laveren, stelle men het zeil op $30° = \beta$ en neme tang. $\gamma = \frac{p - 3 + \sqrt{4(p^2 + 3)}}{(p+1)\sqrt{3}}$, 't welk voor $p = 11$ geeft $\gamma = 55°\frac{1}{2}$ de hoek, welken de kiel met de windstreek moet maken.

De hoek γ welke de windstreek met de kiel maakt, is in de practijk niet gemakkelijk te bepalen, want de wimpel, de eenige aanwijzer van de rigting des winds, geeft niet dezen, maar een' anderen hoek, dien te weten, welke de betrekkelijke snelheid met de kiel maakt; men zie het eenvoudig bewijs hier van in §. 125. Daar men evenwel deze betrekkelijke snelheid s, door een' windmeter, of door waarneming van den tijd, waarin ligte ligchaamtjes, een', door meting bepaalbaren afstand over het schip afleggen, vinden kan, gelijk dan ook de snelheid van het schip c door de loglijn, en den hoek δ dien de wimpel met de rigting maakt, van voren afgerekend, bepaalbaar zijn, heeft men in den $\triangle$ CED $s : c = \text{sin.}\gamma' : \text{sin.}(\delta - \gamma')$, (Fig. 33.) waar $\gamma' =$ CED de hoek is, welke de wind met de rigting van het schip maakt, waaruit tang. $\gamma' = \frac{s \text{ sin.}\delta}{c + s \text{ cos.}\delta}$; nu is $\gamma = \gamma' - \phi$, waar ϕ de hoek van afwijking nwt (Fig. 31) is, die volgens D. JUAN gevonden wordt, tang. $\phi = \frac{\text{R}}{r}$ cot. β $= \frac{\text{cot.}\beta}{p}$ zijnde, doch, naar EULER, is tang. $\phi = \sqrt{\frac{\text{R cot.}\beta}{r}}$. Men kan den hoek van afwijking ook eenigermate uit den hoek, welke het zog van het zeilend schip met de rigting der kiel maakt, bepalen.

In de theorie van EULER wordt de snelheid van het schip in de rigting der beweging zelve c genoemd, en zoo s de betrekkelijke windkracht, L' den invalshoek van den betrekkelijken wind op het zeil $= \delta - \beta - \phi$ aanduidt, is naar deze $c = s$ sin. L' $\sqrt{\frac{\text{AA sin.}\beta}{800\,\text{P cos.}\phi^2}}$, doch in de rigting der kiel, is de snelheid

s sin.

s fin. $L' \sqrt{\frac{AA \text{ fin.} \beta}{800P}}$, welke men, naar D. JUAN, vindt $\frac{AAs}{20R}$ fin. L′ fin. β: zoo c de fnelheid volgens de rigting der beweging is, heeft men, naar EULER, $c = s \text{ fin.} L' \sqrt{\frac{AA \text{ cof.} \beta}{600\, a\, p \text{ fin.} \phi^2}}$, a de lengte, p de diepte van het vaartuig zijnde, en L′ de invalshoek des winds op het zeil $= \delta - \beta - \phi$ zijnde; EULER geeft (Part. III^me^) eerst eene tafel om ϕ, door β te vinden, vervolgens $\frac{\text{fin.} \phi^2}{\text{cof.} \beta}$ in de tweede tafel, zie §. 123. — Wijders in het V^de^ Hoofdftuk vindt men zeven tafelen, welke de waardijen van δ, β, ϕ, en L′ of θ die voor de grootfte fnelheid vereischt worden, voor zevenderlei foorten van vaartuigen, van de zuiken namelijk waarin $a = 3b$, tot die waarin $a = 6b$ is, uitdrukken: uit deze kan men voor een' bepaalden hoek des fchijnbaren winds δ, de hoeken β of η bij EULER, ϕ en L′ of θ voor elk vaartuig vinden. *Voorbeeld:* het vaartuig hebbe $a = 4b$, of zij viermaal langer dan het wijd is, en δ zij $140° 5'$, men vindt dan $\beta = 60°$, $\phi = 7° 39'$, $L' = 72° 26'$. Uit de theorie van EULER volgt wijders, dat men, om het voordeeligst te laveren, in 't gemeen het zeil op een' hoek van 21° met de kiel, en den wimpel op $22°\frac{1}{2}$ met het zeil moet houden, eene breedvoeriger opgave der Gevolgen uit dit Hoofdftuk achten wij overtollig te zijn, daar hetzelve, met uitzondering van het geen het vinden der grootfte waardijen in §. 119, 121, 126 en 128 betreft, niets behelst 't welk niet zonder hoogere wiskunde verftaanbaar is.

Daaruit dat de wimpel de rigting der betrekkelijke windkracht, of de diagonaal des parallelograms der krachten, en niet de ware windftreek aanduidt, laat zich een bekend, doch voor velen moeijelijk verfchijnfel bij zeilende vaartuigen, verklaren; men bemerkt namelijk, dat wanneer twee vaartuigen, elkander met eene tegengeftelde rigting voorbij zeilen, hunne wimpels eenen geheel verfchillenden ftand hebben, de reden hiervan is duidelijk alleen in de tegengeftelde rigting, waarin de lucht op den wimpel in beide gevallen werkt: het wiskundig betoog hiervan is zoo fraai als gemakkelijk; trouwens het fchip, naar de rigting AB zeilende, zij EC de ware wind- Fig. 33. kracht en ftreek v, ED de fnelheid van het fchip c, de hoek der eerfte met de rigting CED zij γ', de hoek aan den wimpel CDB $= \delta$; dan is in den $\triangle$ CED

$\nu : c = \text{sin.}\,\delta : \text{sin.}(\delta - \gamma') = 1 : \text{cos.}\,\gamma' - \text{sin.}\,\gamma'\,\text{cot.}\,\delta$, waaruit $\text{tang.}\,\delta = \frac{\nu\,\text{sin.}\,\gamma'}{\nu\,\text{cos.}\,\gamma' - c}$; waar δ de hoek is, welke de wimpel met de rigting maakt, van den voorsteven aan gerekend; voor een ander schip 't welk te gelijk en met dezelfde snelheid, maar in eene tegenovergestelde rigting, zeilt, verkrijgt men dezelfde waardij voor δ, en hieruit volgt, dat de wimpels nimmer evenwijdig staan zullen, uitgezonderd indien δ of $\gamma = 180^\circ$ zijn.

ZEVENDE HOOFDSTUK.

OVER MASTEN, ZEILEN, DERZELVER STAND EN WERKING.

§. 129.

Iedere kracht, die op eenig gedeelte van het schip werkt, geeft aan hetzelve eene beweging, of alleen om het zwaartepunt, of eene voortgaande beweging, of beide tevens: de eerste soort van beweging hebben wij in de II. Afdeeling overwogen, van de tweede tot hier toe in deze Afdeeling gesproken, nu zullen wij van de laatste handelen.

Men kan zich de kracht, welke de wind op een zeil uitoefent, voorstellen als in het middelpunt van het zeil, in eene horizontale rigting, werkende.

Fig. 35. De figuur stelle een driemastschip voor, het middelpunt der zeilen zij bij A′, B′, a′, b′, α', β, en, daar ieder zeil door de toppenandten aan de mast, en door de schoots aan het wand of boord verbonden is, kan men de kracht van den wind op hetzelve zich voorstellen, als in het punt A, 't welk in de horizontale van het middelpunt eens zeils A ligt, aan de mast in eene horizontale rigting werkende;

de; men trekke door het zwaartepunt van het fchip eene horizontale lijn tl, zoo dan mA de hoogte van het middelpunt A' en de windkracht op het zeil A' zij, is $A'.Am$ een vermogen waarmede het fchip, de wind van achteren komende, om de horizontale as die door het zwaartepunt gaat, en op tl regtftandig is, zal gedrukt worden; even zoo is dit vermogen voor het zeil B', $B' \times Bm$, voor a', $a' \times an$ enz.; nu leert de beweegkunde, dat de fom van de bijzondere vermogens (momenten) om eene as, gelijk is aan de fom der krachten dezer vermogens, vermenigvuldigd met den afftand van het punt, waarin men alle deze krachten als vereenigd befchouwd tot de as der beweging; indien men dan dit punt in O ftelle, zoo zal $Oq = \frac{A'.Am + B'.Bm + a'.an + b'.bn + \alpha'.\alpha p + \beta'.pp}{A' + B' + a' + b' + \alpha' + \beta'}$ zijn.

Daar nu kracht van den wind op elk zeil, die eene functie der oppervlakte en van de fnelheid is, benevens de afftanden mA, mB enz. alle te vinden zijn, is men ook in ftaat de lijn Oq, of de hoogte van het punt, waarin de wind- of zeilkracht vereenigd befchouwd mag worden, boven het zwaartepunt te bepalen; dit punt moet dus in de lijn PQ liggen: om het punt O in deze lijn te vinden, late men uit k de loodlijn kt door den achterfteven neder, en mete de afftanden, tm, tn, tp der masten van het punt t, dan is, naar 't geen in de beweegkunde geleerd wordt, de fom van de krachten aan iedere mast, vermenigvuldigd met hunne bijzondere afftanden, gedeeld door die krachten zelve, gelijk aan den afftand tq van het gemeene werkpunt; men heeft dan $tq = \frac{(A' + B')\,tm + (a' + b')\,tn + (\alpha' + \beta')\,tp}{A' + B' + a' + b' + \alpha' + \beta'} = kO$ en dus in O het punt, waarin de geheele kracht van den wind, als vereenigd befchouwd wordt, welk punt men het *zeilpunt* konde noemen, vallende op eene hoogte Oq boven het zwaartepunt, en hebbende eenen horizontalen afftand Cq van hetzelve naar den voorfteven.

Hoe veel zeilen het fchip ook voere, en waar ook de masten mogen geplaatst zijn, het vermogen van den wind zal altijd, als in een punt O vereenigd kunnen befchouwd worden, welk punt tevens op de gezegde wijze fteeds zal te vinden zijn: en hoewel de windkracht zoo wel van de fnelheid des winds, als van de grootte van het

het zeil afhangt, zal nogtans deze ſnelheid geenen invloed op de bepaling van dit punt hebben; trouwens in elk der waardijen A′, B′, a′, b′enz. komt de ſnelheid op dezelfde wijze in, daar nu in de breuken, de waardijen van Oq, en tp gevende, deze waardijen gelijkelijk in den teller en noemer voorkomen, zijn Oq en tp afhankelijk van de grootte en hoogte van elk zeil niet ſnelheid, waaruit dan ook volgt, dat het zeilpunt voor dezelfde zeilagie bij allen wind het zelfde blijft. — Hoe hooger wijders dit punt boven het zwaartepunt is, des te meer zal het ſchip bij den voortgang hellen, en hoe verder het zeilpunt naar voren of achteren van het zwaartepunt des ſchips gelegen is, des te ſterker zal het ſchip om de loodregte as, die door het zwaartepunt gaat, gedrukt worden; in het eerſte geval zullen dus het boord en de ſtevens dieper induiken, in het andere het ſchip van zijnen koers gebragt worden.

§. 130.

Het vermogen $O \times Oq$ is hetzelfde met $F.n$ in de equatie $H \times GP + F.n = V \times QC + L \sin.\Delta$, Hoofdſt. III. overwogen, en waaruit wij voor de helling afleidden $\sin.\Delta = \frac{Fn}{L} + \frac{1}{2L} m v \Sigma (pq(D \mp b) - l \cos.\eta)\, uy \sqrt{D}$ naar de theorie van D. JUAN §. 107 afleiden, dus alle de deelen dezer equatie te vinden zijn;

Fig. 36. VNW zij de voorſteven onder water, bij O het zeilpunt, bij C het zwaartepunt van het ſchip, NL de gemiddelde rigting van den tegenſtand, welke men zich, in een horizontale $L\lambda$ en verticale $N\lambda$ herleid, kan voorſtellen; nu is $H \times GP = L\lambda \times ct$, $V \times QC = N\lambda \times Cn$, en $F.n = FOq$: derhalve moet de rigting van den tegenſtand NL, of onder het punt O, of boven, of door hetzelve gaan.

Indien men zich door het zeilpunt O eene lijn, evenwijdig met de breedte as van het ſchip, voorſtelt, en deze als de as eenes kloots, wiens oppervlakte gedeeltelijk de huidvlakte van het ſchip aan den voorſteven is, dan zal de gemiddelde rigting van den tegenſtand op den voorſteven, ten minſte bij den regten koers, NL door het zeilpunt O gaan moeten; doch zoo het ſchip van voren regtſtandiger is, zal die rig-

rigting beneden O zijn, en, zoo het meer helt, boven O doorgaan; ook zal de kracht des tegenſtands NL altijd door O gaan, indien de huid van het ſchip van voren, als eene vlakte kan beſchouwd worden, ontſtaan uit de omwenteling van eene lijn, om de as die door O gaat. — De groote L. EULER meende het een zeer nuttig vereischte bij alle vaartuigen te zijn, dat de voorſteven onder water een cirkelboog ware, uit O als middelpunt getrokken, want daar het voorſte gedeelte van een ſchip nimmer met de oppervlakte, uit de omwenteling eener lijn om de as door O gaande geboren, overeenkomt, meende hij dat men nogtans op deze wijze, altijd eenigermate nader aan zoodanige oppervlakte komen, en dus de tegenſtand door het zeilpunt leiden zoude; het voordeel dezer rigting is hierin gelegen, dat als dan de tegenſtand op den voorſteven nimmer de helling vermeerderen kan, maar die altijd zal moeten verminderen; trouwens het punct L in O vallende, is de kracht des tegenſtands NL, in Nλ en λL herleid, voor zoo ver die horizontaal werkt, en dus het *ſchip* meer doet hellen, regtſtreeks tegen de zeilkracht gerigt, en, daar deze ſterker is, hierdoor geheel vernietigt, alleen de kracht Nλ, welke naar boven werkt, blijft dan overig, waaruit men ziet, dat de helling door den tegenſtand ſteeds zal verminderen; hier van is het dan ook nuttig dat de geheele buikvlakte van het ſchip zoo na mogelijk kome aan een vlak, geboren uit de omwenteling eener lijn om de as die evenwijdig met de kiel door het zeilpunt getrokken is; even zoo behoort men ook, ter vermindering der zijdelingſche helling, het hoofdſpan van een ſchip zoo na mogelijk te brengen aan een cirkelſtuk, wiens middelpunt in eene lijn ligt die evenwijdig met de kiel door het punt O gaat.

Den cirkel of den boog WV voor den voorſteven bij elk ſchip te vinden, is niet moeijelijk: men neme als bekend aan, de plaats van het zeilpunt O, en zwaartepunt C, wijders de diepte rm en halve lengte kW van het vaartuig, dan is de radius WL (L in O vallende) $= \sqrt{Lr^2 + rW^2}$, en $mV = \sqrt{WL^2 - Lm^2}$, waar door het cirkelſtuk bekend is; voor het hoofdſpan is kW de halve wijdte van het ſchip, terwijl de radius LW niet kleiner dan Lm wezen mag.

Intusschen zien wij voor ons geene andere reden, waarom de tegenstand NL juist door O, meer dan ergens elders, boven dit punt gaan moet, dan dat hierdoor de scheepsconstructie een eenvoudig beginsel verkrijgt, het welk zeer gemakkelijk kan gevolgd worden; ook is het zeker dat de rigting des tegenstands niet veel beneden het punt O vallen moet, om dat, naar mate die lager valt, de helling noodzakelijk moet vermeerderen; aan den anderen kant moet weder die rigting niet te stijl of de steven te hellende zijn, 't welk het vaartuig in andere opzigten hinderlijk zijn zoude. Eindelijk, daar het schip, welks vlakken het naast aan de gedeelten eens kloots komen, ook den meesten inhoud hebben zal, wordt ook hierdoor de bovengemelde cirkelvormige constructie van den steven en het hoofdspan onder water nog meer verkieslijk: het geen boven water is, is buiten de grenzen onzer theorie: de grootere holte is dan voor de stevigheid van het schip allezins voordeelig, door dezelve wordt de vastheid om de groote as vermeerderd, en bij het zeilen tevens de herstellende kracht aanmerkelijk versterkt.

§. 131.

Fig. 35. De gevondene invloed der zeilkracht in O zal dezelfde zijn, waar ook die kracht in de horizontale lijn PQ zich bevinde, niettemin is het van veel belang voor het bestuur van een schip, de juiste plaats van dit punt in de lijn PQ te kunnen bepalen, daar van deze bepaling het vermogen $O \times Cq$ afhangt, waar mede de zeilkracht het schip om eene verticale as, die door het zwaartepunt C gaat, poogt omtedraaijen, zoodra de rigting der beweegkracht niet evenwijdig met de kiellijn is, 't geen bij het zeilen, uitgezonderd wanneer men vlak voor den wind zeilt, altijd plaats heeft.

Fig. 37. ABDE verbeelde eene horizontale doorsnede van het schip, AD zij de lengte, EB de breedte der waterlijn; het zwaartepunt ligge in de verticaal, die door het punt C gaat, het zeilpunt in die door q gaat, s zij het punt, waardoor de verticaal op het middelpunt des tegenstands bij de beweging in eene rigting AD gaan moet. Indien de wind van de zijde ABD komt, dan poogt zijne kracht het schip om C in de rig-

rigting BDE te draaijen, en dit met een vermogen $O \times Cq$, waar O de zeilkracht aanduidt, doch tevens werkt de tegenſtand in s naar EDB, in eene tegengeſtelde rigting, en met het vermogen $T \times Cs$ (T den tegenſtand uitdrukkende), dus zal het ſchip om het zwaartepunt horizontaal moeten draaijen, met een vermogen $O . Cq \backsim T . Cs$.

§. 132.

Het vermogen T . Cs hangt, eensdeels van T den tegenſtand zelven, anderdeels van Cs deszelfs horizontalen afſtand van het zwaartepunt, af; na al het gene wij nopens de bepaling van den tegenſtand, naar de verſchillende theorien, reeds gezegd hebben, zullen wij denzelven hier als bekend aannemen, en alleen op den afſtand Cs letten. Bij het parallelepipedum en de ruit valt het zwaartepunt in het midden, wij mogen dus in 't gemeen C voor het middelpunt van het ſchip of der lijn AD houden: nu valt, naar §. 98, het punt van tegenſtand bij het parallelepipedum in het punt F, of s in C, doch bij het ruitachtig ligchaam is $Cs = \frac{AD^2 - BE^2}{4AD}$, het welk tevens de grootſte afſtand der punćten C en s zijn moet; bij den cirkel valt s in het middelpunt zelve: gabcfed zij eene horizontale doorſnede van een ſchip, en zamengeſteld uit den regthoek acdf, en den halven cirkel agd, nu blijkt dat het tegenſtandspunt van den cirkel in deszelfs middelpunt k, en dat van den regthoek in C zijn moet, dus men voor het gemeene punt s hebben zal $sC = \frac{k . kC}{k + c}$, voor k den tegenſtand op den halven cirkel, voor c dien op den regthoek nemende, waaruit, hoewel wij hier in geene bijzondere bepalingen treden, blijkt, dat het punt s des te digter naar het zwaartepunt C komt, hoe vlakker de voorſteven is, doch altijd eenigen afſtand behouden zal, ten zij de voorſteven volkomen vlak en alle de waterlijnen regthoekig waren. Fig. 38.

Daar nu het vermogen T . sC het ſchip bij den wind brengt, is het volſtrekt noodig dat deze beweging door het vermogen O . Cq worde tegengegaan, en daarom q het zeilpunt vóór het zwaartepunt C valle, want indien dit punt achter C viel, zou- Fig. 37.

de het schip door een vermogen $T.sC + O.Cq$ om de as C draaijen; ook moet, bij scherpe vaartuigen, $O.Cq$ grooter dan bij vlakke zijn, en dus de mast meer naar den voorsteven staan, alleen, indien het schip een volkomen parallelepipedum ware, kon de mast in 't midden in C geplaatst worden, doch daar beide $O.Cq$ en $T.Cs$ als dan nul zijn, zoude het vaartuig niet stevig zeilen, maar gestadig slingeren.

§. 133.

Fig. 37. Indien de loodregte uit het zeilpunt in die des tegenstands of q in s zij, zal de zeilkracht geheel den voortgang van het schip bevorderen, en hare werking op het grootst zijn, indien nu de beide krachten steeds gelijk waren, zoude het schip het snelst voortgaan, en in elk ander geval nimmer eene bijzondere beweging om het zwaartepunt C hebben; het zeilpunt loodregt boven q en q in s zijnde, zal dan afhangen van de plaats van het tegenstandspunt s in elk vaartuig; wij vonden in Hoofdst. IV. §. 101 den afstand $Cs = \frac{\overline{AD}^2 - \overline{BE}^2}{4AD}$ in de ruit, doch $= 0$ in het parallelepipedum; onderstelt men nu volgens EULER Part. II. §. 43 $Cs = \frac{2}{3}\left(\frac{AD^2 - BE^2}{4AD}\right)$ als een gemiddelden afstand van het tegenstands en zwaartepunt in alle vaartuigen, voorts (AD, a; BE, b noemende), vindt men voor den afstand van den den achtersteven $As = \frac{3}{8}a - \frac{bb}{10a}$.

In de practijk van den scheepsbouw pleeg men het zeilpunt q, op eenen afstand van den achtersteven te plaatsen, zoo dat $AD : Aq = 5 : 3$ of $Aq = \frac{3}{5}a$ is, welke waardij met As (indien men $\frac{bb}{10a}$, 't welk steeds eene kleine breuk is, verwaarloost) overeenkomt; bij rondachtig geboeide schepen moet dan het zeilpunt verder dan $\frac{2}{5}$ der lengte, van den voorsteven af, doch in scherp geboeide, digter bij staan.

Indien q digter dan s naar den voorsteven ligt, zal het schip van den wind afvallen, doch zoo q verder naar achteren ligt, zal het schip in den wind winnen.

Het punt q of zeilpunt komt bij schepen, welke slechts éénе mast hebben, met dat waar de mast staat overeen, indien de zeilen alleen aan de mast, of tevens aan het

boord

boord, ter weerszijden van de mast loodregt op A D, zijn vastgemaakt, en kan ſteeds naar §. 129 gevonden worden.

Uit dit alles volgt dat in 't gemeen ſcherptoeloopende ſchepen ſterker bij den wind komen dan die genen welke ſtomper geboeid zijn, de eerſte zullen dan ook meer zeil op den voorſteven kunnen voeren dan de laatſte, vooral naar mate de mast meer naar achteren geplaatst wordt, doch zoo de mast digter naar den voorſteven ſtaat, zullen ook ſcherp geboeide ſchepen met een gering voorzeil kunnen varen, terwijl de ſtomp geboeide als dan, ten minſte indien zij voorzeil voeren, een ſtuurzeil noodig hebben om bij den wind te kunnen komen.

§. 134.

Men kan de zeilagie, met opzigt tot de verſchillende werkingen tot twee hoofdſoorten brengen, het zeil wordt vastgemaakt, of aan de mast en ter weerszijden aan het boord, 't welk men een *raazeil* noemt, of aan de mast en ergens aan het achterſte gedeelte van het ſchip door de ſchoot, 't welk men een *ſmakzeil* noemt. De figuur zij een horizontale doorſnede van een ſchip, bij M zij de mast, waaraan het ſmakzeil is Fig. 39. vastgehecht, M m zij de breedte van het zeil, bij beſaanzeilen de gijk, in m door den ſchoot, ergens bij t vastgemaakt, de windkracht werkt dan zoo wel achter bij t als aan de mast bij M: bij x valle het zeilpunt, of het punt waar de windkracht vereenigd is; bij C het zwaartepunt van het ſchip, 't welk doorgaans tusſchen M en t inligt, noemt men nu het vermogen bij M, M, dat bij t, m, dan werkt een vermogen M . c M om het ſchip naar A Z te draaijen, en $m \times t C$ in eene tegengeſtelde rigting; de windkracht zij $= AA$, m x zij y, x M x, m M $= a$, $tC = p$, $Cm = q$, dan is $M . cM = A^2 . \frac{y}{a} . q$, en $m . tC = A^2 \frac{x}{a} p$, en het ſchip zal om C draaijen met een vermogen $\frac{A^2}{a} (xp \backsim yq)$.

Zoo $y : x = p : q$ zijn de krachtvermogens in t en M even groot, en dus de kracht $o m C = o$, het ſchip zal dus ſteeds zijn weg zonder afwijking afleggen, indien $xp > yq$ zal het bij den wind komen, doch in het omgekeerde geval van den wind afzakken.

Wij zagen in de vorige §, dat het punt van tegenstand altijd tusschen A en C invalt, men heeft dan ook voor de ongestoorde rigting $\frac{A^2}{a}(xp \backsim yq) + T.CS = 0$, den tegenstand van het water T noemende, en in S het tegenstandspunt zijnde. In een vaartuig hetwelk te veel afvalt, is dan ook xp kleiner dan $yq - \frac{T.a.CS}{A^2}$, en zal het in den wind winnen, moet $xp > yq - \frac{T.a.CS}{A^2}$ zijn; men stelle voor y, $a - x$, en $p + q$, D noemende, moet $xp > (a - x)(D - p) - \frac{T.a.CS}{A^2}$ of $\left(\frac{a}{x} - 1\right)\left(\frac{D}{p} - 1\right) - \frac{T.aCS}{pxA^2}$ kleiner dan de eenheid zijn; de eerste term hangt van het tuig, de tweede tevens van de gedaante van het schip af.

§. 135.

In veele binnenlandsche vaartuigen of kleinere zeeschepen, bij welke men het
Fig. 40. smakzeil gebruikt, zij Mp de breedte van het zeil of de gijk, pt de schoot, bij t vastgemaakt, dan werkt de windkracht langs tp op t, met een vermogen, hetwelk het schip van voren bij den wind brengt; de kracht bij p, Vm, zij $\frac{A^2x}{a}$; men trekke tpm, dan is $pm = \frac{Vm}{\sin.(\phi + \beta)}$, $\angle ptM$, ϕ tMp, β noemende, de kracht langs tp, welke regtstandig is op tm en de lijn $p\mu$ op tM, $p\mu = tp \sin.\phi$ $= \frac{vm \sin.\phi}{\sin.(\phi + \beta)} = \frac{A^2x \sin.\phi}{a \sin.(\phi + \beta)}$; en zoo t, op eenen afstand p, achter het zwaartepunt ligt, het vermogen, waarmede het schip in den wind trekt $= \frac{A^2xp \sin.\phi}{a \sin.(\phi + \beta)}$; aan de mast werkt de regtstandige kracht $rM = \frac{A^2y}{a}$; rk zij regtstandig op tM, zoo is $rk = Mr \cos.\beta$ de kracht bij M, en het vermogen, waardoor het schip van den wind wordt afgevoerd, q de afstand der mast van het zwaartepunt zijnde $= \frac{A^2yq}{a}\cos.\beta$; dus $\frac{A^2}{a}\left(\frac{xp \sin.\phi}{\sin.(\phi + \beta)} - yq \cos.\beta\right)$ het vermogen, waarmede het zeil in den wind trekt, hetwelk, geholpen door den tegenstand, geeft voor het geheele vermogen, waarmede het schip om de verticale lijn, die door het zwaartepunt

punt gaat, bewogen wordt $\frac{A^2}{a}\left(\frac{x\,p\,\text{fin.}\,\phi}{\text{fin.}\,(\phi+\beta)} - y\,q\,\text{cof.}\,\beta\right) + T\,.\,CS$; trekt nu het fchip in den wind, dan zal deze formule pofitif, doch, zoo het van den wind afvalt, negatif zijn.

Bij de meeste vaartuigen, waar men dit foort van zeilen gebruikt, is de lengte van Mp, nagenoeg $=$ tM; dus ook fin. $(\phi+\beta) =$ fin. ϕ, en $p + q = a$ $= y + x$; dus voor y, $a - x$, voor q, $a - p$, en, daar T de tegenftand eene functie der zeilkracht A^2 is, $T = r A^2$ ftellende, moet $\frac{\text{cof.}\beta\,(a-x)\,(a-p) - ra.CS}{x\,p}$ kleiner dan de eenheid zijn, indien het fchip in den wind zal trekken, men heeft hier door in 't gemeen $(a-x)\,(a-p)$ cof. $\beta < xp + ra\,.\,CS$, als vereischte.

Indien $\beta = 90°$ is, wanneer men namelijk voor den wind zeilt, zal dit vereischte altijd, doch in elk ander geval, en welke fnelheid het vaartuig ook hebbe, insgelijks plaats hebben, indien $(a-x)\,(a-p) < xp$, of indien x grooter dan q is, dat is, zoo het midden van het zeil verder dan het zwaartepunt van de mast verwijderd is.

Men heeft dan in 't gemeen twee middelen om het vaartuig beter bij den wind te doen komen, men moet zulk een zeil nemen bij hetwelk het punt der kracht, het verste van de mast valt, en dit is blijkbaar het vierkante zeil, bij hetwelk $x = \frac{1}{2}a$, daar het $\triangle$kig zeil flechts $\frac{1}{3}a$ geeft; ook moet men de mast digter bij het midden of bij het zwaartepunt van het fchip plaatfen, of een van beide middelen gebruiken: eene verplaatfing des zwaartepunts C naar voren, hoewel insgelijks q verkleinende, is min raadzaam, daar altijd het vermogen des tegenftands T.CS hierdoor verminderd, en foms geheel nadeelig worden kan, zoo namelijk de gemiddelde rigting deszelven achter het zwaartepunt viel.

Indien de lading en tuigagie van het fchip, of andere redenen, niet toelaten, dat men de grootheden q, x zoodanig neme, dat het vermogen om de as C of geheel niets, of flechts gering zij, zal het fchip geene regtvoortgaande beweging hebben kunnen, ten zij men nog eene andere zeilkracht aanbrenge, 't welk, indien het fchip te veel van den wind afvalt, gefchied door een klein zeil digt naar achteren te plaatfen, hetwelk het vermogen om in den wind te komen verfterken zal, of, zoo als meest het

ge-

geval is, indien het vaartuig met het groote zeil alleen te veel in den wind trekt, moet men voorop een klein zeil of fok, en ook wel een kluiffok aanbrengen: men kan de draaijende beweging van het fchip door het roer wel eenigermate verminderen, maar nimmer wegnemen; daar nu (zoo als in 't vervolg zal blijken) het roer altijd aan de voortgaande beweging hinderlijk is, moet men bij een welgebouwd en getuigd vaartuig nimmer hetzelve behoeven te gebruiken, dan alleen om te wenden, of van rigting te veranderen, men moet dus door fok, ftuurzeil, verplaatfing der mast, of verandering van het zeil, alles zoo zoeken interigten, dat het vermogen om de as zeer gering, doch altijd pofitif zij, daar eenige kracht om bij den wind te komen, bij het laveren zeer noodzakelijk is.

§. 136.

Bij vierkante of raazeilen (voiles quarrées), die alleen aan de mast en ter weerszijden van het boord zijn vastgemaakt, werkt de zeilkracht alleen in of digt om q; fcherpgeboeide fchepen kunnen dan nog eene evenwijdige rigting behouden, indien $Cq.Q = CT.S$ is, maar indien Cq aanmerkelijk, en CS zeer gering is, zoo als bij ftompe vaartuigen, moet er noodzakelijk een ftuurzeil zijn, 't welk de kracht van den wind C tegenwerkt.

Indien q in C of het zeilpunt in het middelpunt valt, zal de evenwijdige beweging door den wind niet gehinderd worden; de Spaanfche barken, welke men onder de
Fig. 41. fnelzeilendste en ftoutfte vaartuigen telt, zie WITSEN, *Scheepsbouw* pag. 216., hebben hunne mast bijna in het midden geplaatst, zij voeren een vierkant zeil, 't welk boven aan de mast, en onder, met het eene einde bij r, met het andere achter bij t, aan het boord is vastgemaakt.

Indien men nu het zeilpunt in het midden van het zeil onderftelt, is de helft der zeilkracht regtftreeks aan de mast, de andere helft in t en r werkende, de kracht bij r werkt met een vermogen $r.qK$, rK loodregt op AD, die in t, met $t.Tq$, en als qS (fig. 37) hier zeer klein is, is het vermogen $t.Tq$ altijd veel grooter, dus ook de

bark,

bark, zeer ſterk in den wind zal trekken, ſchoon men door het vieren van de ſchoot dit vermogen altijd kan matigen, zij mogen dan ook nog een klein voorzeil voeren; voorts blijkt het allenthalve voordeel dezer zeilagie, daar het grootst vermogen der windkracht in het zwaartepunt is aangebragt en nergens wringt.

§. 137.

Bij vaartuigen zonder kiel, of die zeer breed zijn, is de zijdelingſche tegenſtand, met betrekking tot dien van voren, te gering om bij den wind te zeilen, of ten minſte moeten deze vaartuigen aanmerkelijk afzakken, trouwens de regte ſnelheid is: zijdelingſche, volgens D. JUAN §. 114, of $c:d = r$ ſin. β : R coſ. β = tang. $\beta : \frac{R}{r}$, dus $d = \frac{cR}{r}$ cot. β, welke waardij met de enkele reden $\frac{R}{r}$, of van den regten en zijdelingſchen tegenſtand naar EULER, aanwast: men moet dan den zijdelingſchen tegenſtand r vermeerderen, 't welk, bij een gegeven vaartuig, niet anders geſchieden kan, dan door een bewegelijk raam of vlak, regtſtandig aan de eene zijde met het boord zoo te verbinden, dat de tegenſtand op hetzelve grooter is dan op het gedeelte van de zijde, welke het beſlaat; men noemt zulk raam een *zwaard*, indien dan A de gemiddelde helling der zijde van het ſchip is, wordt de tegenſtand door het zwaard, voor zoo ver het ter diepte van het ſchip gaat, vermeerderd in de reden van ſin. A : 1, of, naar de gewone theorie, ſin. A^2 : 1; doch al wat het zwaard dieper inligt vermeerdert regtſtreeks den zijdelingſchen tegenſtand.

Indien de zeilkracht behoorlijk werkt, en het ſchip geene draaijende beweging heeft doch alleen te veel afzakt, moet het zwaard in de verticaal van het middelpunt des zijdelingſchen tegenſtands worden aangebragt, welke doorgaans een weinig vóór het midden van het ſchip valt; dit gewoon gebruik der zwaarden vergroot den tegenſtand, zonder eenige merkelijke draaijende beweging te veroorzaken: — bevindt men, bij den wind zeilende, dat het vaartuig te veel in den wind trekt, heeft men alleen het zwaard een weinig optehalen; hoe dieper daarentegen men het zwaard neêrlaat, des te grooter zal niet slechts de zijdelingsche tegenstand worden, maar ook des te minder het vaartuig van den wind afvallen.

Bij kleine vaartuigen kan men zich dikwerf met veel nut daarenboven van een los zwaard bedienen, 't welk men voor, of ergens aan eene pen op het boord staande, kan aanhangen. Indien dus het vaartuig te veel in den wind trekt, hangt men dit zwaard achter, zoo het te veel afvalt voor aan het boord.

Wat de gedaante van het zwaard aangaat, blijkt het gereedelijk, dat het den tegenstand des te meer vergrooten zal naar mate het breeder is, doch, daar vooral het onderste gedeelte het meest hiertoe bijdraagt, pleeg men de zwaarden naar beneden breed uitloopende te maken.

Daar al het gene in dit Hoofdstuk voorkomt, geene hoogere wiskunde vorderde, achtten wij het niet noodig om de Gevolgen afzonderlijk optegeven.

ACHTSTE HOOFDSTUK.

OVER HET ROER.

§. 138.

Zal een schip wel zeilen, dan moet de beweegkracht zoodanig op hetzelve werken, dat er geene draaijende beweging hoe genaamd om het zwaartepunt plaats hebbe, en het schip altijd, evenwijdig aan zich zelve of aan zijne kiellijn, zonder eenig gebruik van het roer bij elke windstreek voortga: — Zoodra men nu die rigting wil ver-

veranderen, wordt er eene kracht vereischt, van de beweegkracht onderſcheiden, deze kracht geeft het roer of ſtuur, oudtijds wel vóór, doch thans algemeen aan den achterſteven van het vaartuig geplaatst.

ABDE zij eene horizontale doorſnede van het ſchip, AL het ſtuur, het ſchip Fig. 42.
worde in eene rigting AD bewogen, dan valt het water evenwijdig met AD volgens NL op het ſtuur; daar nu de loodregte tegenſtand op een vlak (welks breedte is AL, diepte y, en 't geen met een hoek $NLA = nAL = \phi$ helt) $= \frac{m}{3} AL . y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi$ naar D. JUAN zijn moet, is ook $an = \frac{m}{3} AL\, v y^{\frac{1}{2}} \sin. \phi$. Deze kracht laat zich in twee andere, langs de kiel αn, en loodregt op dezelve αa, herleiden, waarvan $\alpha n = . \frac{m}{3} AL . y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi^2$ eene tegengeſtelde rigting met de beweging van het vaartuig heeft, en dus altijd hinderlijk zijn moet aan deszelfs voortgang, ten zij $\phi = 0$ of het roer regt in An ligge, de andere $\alpha a = \frac{m}{3} AL . y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi \cos. \phi$ loodregt op ηC werkende, zal het ſchip om de as door C doen wenden.

§. 139.

Zoo wel de kracht αn als $a\alpha$ doen het ſchip om de verticale as die door C gaat in de rigting ABD draaijen; trouwens de kracht αn werkt in a met een vermogen $\alpha n \times a\alpha = \frac{m}{6} AL^2 . y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi^3$, daar $\alpha n = \frac{m}{3} AL . y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi^2$ en $a\alpha = \frac{AL}{2} \sin. \phi$; terwijl tevens de kracht $a\alpha$ met een vermogen $a\alpha (\alpha A + AC) = \frac{m}{3} AL\, y^{\frac{1}{2}} v \sin. \phi \cos. \phi \left(\frac{AL}{2} . \cos. \phi + D\right)$ werkt, in C het zwaartepunt, en den afſtand $CA = D$ ſtellende; welke vermogens geaddeerd, geven

$\frac{m}{6} v y^{\frac{1}{2}} (u^2 \sin. \phi^3 + u^2 \sin. \phi \cos. \phi^2 + 2 u D \sin. \phi \cos. \phi)$ voor het geheele vermogen, waardoor het ſchip door middel van het róer genoodzaakt wordt om het zwaartepunt te wenden ($u = AL$ zijnde).

Indien men deze equatie differentieert, ϕ alleen veranderlijk ſtellende, verkrijgt men voor het maximum $3u \overline{\sin. \phi}^2 \cos. \phi + u \overline{\cos. \phi}^3 - 2u \overline{\sin. \phi}^2 \cos. \phi + 2D \cos. 2\phi = 0$,

 waar-

waaruit $\text{cof.}\,\phi^2 + \frac{u}{4D}\,\text{cof.}\,\phi = \frac{1}{2}$, en $\text{cof.}\,\phi = \frac{-u}{8D} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{u^2}{64\,D\,D}\right)}$ voor de kleinst mogelijke breedte u van het ſtuur moet $\phi > 45^\circ$ zijn, en zoo men $u = \frac{1}{4}D$ ſtelt ('t welk wel de grootſte breedte is die het ſtuur hebben kan) is $\phi = 47^\circ\,22'$, dus ϕ altijd tusſchen de 45° en 48° invalt, zijnde dit de hoek waarop het ſtuur het grootste vermogen zal uitoefenen om het ſchip te doen wenden.

Indien men de kracht αn bij den tegenſtand voegt, verkrijgt men voor den regten tegenſtand $\frac{m}{3}\,v\,y^{\frac{3}{2}}\,(AL\ \text{ſin.}\,\phi^2 + n^{\frac{1}{2}}\,B\ \text{ſin.}\,\eta)$, waar B de grootſte wijdte, η de gemiddelde verticale helling van voren, waar de diepte van het vaartuig $= n\,y$ is.

§. 140.

In het tot hiertoe berekend vermogen op het roer, onderſtelden wij, dat het water, volgens de rigting NL, evenwijdig met de kiel op hetzelve aanloopt, doch dit heeft bij geen vaartuig plaats daar het water langs de achterzijde, die altijd gebogen is, ſchuins toeſchiet, men ſtelle dezen hoek aan den achterſteven $CAR = \psi$, dan valt het water op het roer onder den hoek RAa, wiens ſinus $=$ ſin. $(\phi + \psi)$ is: indien men nu de ſnelheid langs aP, tot eene ſnelheid in de rigting der kiel aq brengt, is voor v, v cof. ψ, en men heeft voor an, of de loodregte kracht, $\frac{m}{3}\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}\,\text{cof.}\,\psi.\ \text{ſin.}\,\overline{\phi+\psi}$; voor n$\alpha$, $\frac{m}{3}\,u\,v\,y\ \text{cof.}\,\psi\ \text{ſin.}\,\phi\ \text{ſin.}\,\overline{\phi+\psi}$, ψ van de gedaante van het vaartuig afhangende, is onveranderlijk in elk vaartuig, en indien men alleen $\frac{m}{3}\,u\,v\,y^{\frac{3}{2}}\,\text{cof.}\,\psi\ D.\ \text{ſin.}\,\overline{\phi+\psi}\ \text{cof.}\,\phi$ het voornaamſte deel in de equatie voor het vermogen van het ſtuur differentieert, ϕ veranderlijk ſtellende, is voor het maximum $\text{cof.}\,\overline{\phi+\psi}\ \text{cof.}\,\phi - \text{ſin.}\,\overline{\phi+\psi}\ \text{ſin.}\,\phi = 0$, of $\text{cof.}\,\overline{2\phi+\psi} = 0$ dus $\phi = 45^\circ - \frac{\psi}{2}$, waaruit dan ook blijkt, dat de hoek ϕ kleiner dan 45° zijn moet, en wel naar mate het ſchip van achteren ronder is.

Deze bepalingen van den hoek ϕ berusten op de onderſtelling, dat het water, evenwijdig met de zijden van het ſchip, aan den achterſteven op het roer aanloopt, dan zulks is welligt ſlechts gedeeltelijk waar, zoo wel van ter zijde als ook van onderen

moet

moet het water toefchieten, om de plaats, die het fchip ledig liet, te vullen: daar nu, zoo ver mij bekend is, geene proeven iets leeren om de juiste wijze waarop dit gefchiedt eenigermate te bepalen, komt het mij voor, dat de geheele theorie van de werking des roers, zoo wel naar D. JUAN als naar de gewone theorie, onvolledig is, en van de practijk aanmerkelijk kan verfchillen.

§. 141.

Naar de gewone theorie is de tegenftand op het vlak AL regtftandig $= \frac{m v^2 \text{fin.} \phi^2}{4g} AL . y$, en dus die naar $\alpha n = \frac{m v^2 \text{fin.} \phi^3}{4g} AL . y$, en naar $a \alpha = \frac{m v^2 \text{fin.} \phi^2 \text{cof.} \phi}{4g} AL . y$; voorts $\alpha n . a \alpha = \frac{m v^2 \text{fin.} \phi^4}{2 \times 4g} AL^2 . y$, en het vermogen van $a \alpha (A \alpha + AC) = \frac{m v^2 \text{fin.} \phi^2 \text{cof.} \phi}{4g} AL . y \left(\frac{AL . \text{cof.} \phi}{2} + D\right)$, 't welk adderende, komt $\frac{m v^2 . y}{8g} (u^2 \text{fin.} \phi^4 + u^2 \text{fin.} \phi^2 \text{cof.} \phi^2 + 2 D \text{ fin.} \phi^2 \text{cof.} \phi u)$, voor het geheele vermogen, waar mede het fchip door het roer naar ABD om C bewogen wordt.

Indien men deze equatie differentieert, ϕ alleen veranderlijk ftellende, verkrijgt men voor het maximum $\text{cof.} \phi^2 + \frac{u}{3D} \text{cof.} \phi = D$, waaruit $\text{cof.} \phi = \frac{-u}{6D} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{u^2}{36DD}\right)}$; voor de kleinst mogelijke breedte van het ftuur, of $u = 0$ in vergelijking van D zijnde, komt $\text{cof.} \phi = \sqrt{\frac{1}{3}}$, dus $\phi = 54° 44'$, en zoo men $u = \frac{1}{4} D$ ftelt, is $\phi = 57° 30'$, dus ϕ altijd tusfchen 54° en 58°, naar deze theorie, invalt.

De kleinere grootheden verwaarloozende, is het vermogen van het roer, naar D. JUAN, $\frac{m}{3} v y^{\frac{3}{2}} u D \text{ fin.} \phi \text{ cof.} \phi$, naar de gewone theorie $\frac{m}{4g} v^2 u y D \text{ fin.} \phi^2 \text{cof.} \phi$, en dus zal, naar beide theorien, dit vermogen grooter zijn naar mate D grooter is, dat is, hoe langer het vaartuig zij, en tevens hoe grooter y zij, dat is, hoe dieper het vaartuig ga, ook zal dit vermogen, naar D. JUAN, in de enkele, naar de gewone theorie, in de vierkante reden der fnelheid aanwasfen.

§. 142.

Eindelijk heeft men nog op de ſnelheid, waarmede het vaartuig door het roer gedraaid wordt, te letten, zij is van zeer veel belang vooral bij zeilende ſchepen, bij welke het ſpoedig wenden een groot vereischte is: in de beweegkunde wordt bewezen, dat de ſnelheid, waarmede een ligchaam om eenige as draait, evenredig is met het vermogen der beweegkracht, en omgekeerd, als het vermogen der traagheid (momentum inertiae).

Wij zullen hier niet zoo zeer de volſtrekte, als wel de betrekkelijke ſnelheid trachten te bepalen, daar de eerſte zeer ingewikkeld, en althans in den tegenwoordigen ſtaat onzer Hydrauliſche kennis, onvolkomen is. Het vermogen der beweegkracht is, naar D. JUAN $\frac{m}{3} v u y^{\frac{1}{2}} A \sin.\phi \cos.\phi$, naar de gewone theorie, $\frac{m}{4g} y^2 u y A \overline{\sin.\phi}^2 \cos.\phi$; 't welk gedeeld door het vermogen der traagheid, geeft de verſnelling; dit laatſte vermogen nu, is, zoo als in de beweegkunde geleerd wordt, gelijk aan de bewogene masſa, vermenigvuldigd met het vierkant van deszelfs afſtand van de as der beweging, indien dan de masſa M, en deze afſtand k zij, is het vermogen der traagheid, Mkk, en dus de verſnelling $= \frac{P u C^{\frac{1}{2}} A}{M k k}$ naar D. JUAN, en $\frac{Q u C A}{M k k}$ naar de gewone theorie, A de lengte, B de wijdte, C de diepte van het vaartuig zijnde; de masſa M is het gewigt van ſchip en lading, en kan dus als eene functie van de lengte, breedte en diepte van het vaartuig, of van ABC gehouden worden, de afſtand k is evenredig met de breedte of met de lengte, A met de lengte alleen, en u de breedte van het roer, is, in gelijkvormige vaartuigen, met de breedte van het vaartuig zelve evenredig, men heeft dus de verſnelling evenredig met eene functie van $\frac{B.CC^{\frac{1}{2}}A}{ABCBA}$, dat is van $\frac{C^{\frac{1}{2}}}{AB}$ naar D. JUAN, of $\frac{BCA}{ABCBA}$, dat is $\frac{1}{AB}$ naar de gewone theorie. Nu is de functie AB eene functie der horizontale doorſnede van het vaartuig, de verſnelling zal dan in de omgekeerde reden dezer doorſneden altijd zijn moeten; bij twee gelijkvormige ſchepen, waarvan de afmetingen des eenen eens zoo

groot

groot dan die des anderen zijn, zal het kleinste viermaal sneller wenden dan het grootste; van twee vaartuigen, wier lengte of breedte even groot is, zal de snelheid altijd omgekeerd zijn als de breedte of lengte, en in 't gemeen zullen scherpgeboeide vaartuigen meer naar het roer luisteren dan stompere: voorts is de versnelling, naar de theorie van D. JUAN, nog evenredig met den wortel der diepte, waaruit volgen zoude, dat diepgaande vaartuigen, het overige gelijk zijnde, insgelijks spoediger zullen wenden: wij achtten het overtollig de Gevolgen uit dit Hoofdstuk afzonderlijk optegeven, daar, behalve het vinden van den stand van het roer die het grootst vermogen geeft, alles op eene elementaire wijze behandeld is.

BE-

B E S L U I T.

Ik mag deze Verhandeling niet eindigen, zonder een kort overzigt over den tegenwoordigen ſtaat van de theorie der Scheeps-Bouwkunde hier ten ſlotte bij te voegen. Welligt zal iemand verwonderd ſtaan over de onzekerheid waarin wij, ten aanzien van vele zeer belangrijke punčten dezer wetenſchap, voor als nog verkeeren, en hier door de wiskunde voor den ſcheepsbouw minder noodzakelijk dan wel voor andere Natuurkundige Wetenſchappen houden. Een aandachtig overzigt van het verhandelde zal hem nogtans weldra geheel anders doen oordeelen, hem het groot belang der Wiskunde ook hier erkennen, en de onvolmaaktheid onzer tegenwoordige kennis in dezen, niet aan de Wiskunde, maar aan het gemis van gepaste en beſlisſende proeven en waarnemingen wijten doen; trouwens de aard der zaak vordert, dat men, om de kracht te kennen, welke er vereischt wordt tot de beweging van het ſchip, den tegenſtand die overwonnen moet worden, wete; daar nu deze van de grootte en gedaante van het ſchip afhangt, moet ook alle theorie in dezen, van de bepaling des tegenſtands op eenige oppervlakte afhangen. — Deze bepaling is geheel pračtisch wiskundig, men moet door proefneming de wet ontdekken, waarin de tegenſtand op eene oppervlakte, naar allerlei rigting en met welke helling op die rigting ook bewogen, werkzaam is; en zoo deze wet algemeen is vastgesteld, 't welk insgelijks niet dan door de wiskundige inrigting der proeven geschieden kan, dan eerst zal de algemeene theorie den tegenstand in alle gevallen vindbaar kunnen maken: want al had men door juiste proeven, met modellen van schepen genomen, den tegenstand, op dezelve naar eene rigting bewogen, naauwkeurig bepaald, konde deze alleen voor zoo een bijzonder geval gelden, doch niets, nopens den tegenstand naar verschillende rigtingen der beweging, in 't gemeen leeren. Het is onmogelijk om eenige natuurwet in de waterloopkunde uittevinden, zoo wij de Natuur zelve niet eerst wiskundig om raad vragen. — Er is dan geene wetenschap, waarin wij meer van juiste proeven verwachten mogen, dan deze, geene die dezelve meer dan zij volstrekt behoeft; denken wij nu hierbij aan het groote nut dier wetenschap voor de maatschappij en het bedrijf des levens, dan zal een ieder met mij de in het werkstelling van zoodanige proeven, als eene zeer belangrijke zaak vuriglijk wenschen. Wat den trap der volkomenheid onzer tegenwoordige kennis in dit vak aangaat, merken wij aan, dat al het geen tot de bepaling van de grootte of gedaante van schepen behoort, volmaakt wiskundig, of ten minste zoo juist de practijk zulks immer behoeven kan, is vastgesteld, blijkens het geen in de Iste Afdeeling behandeld is. Al wat bij het laden of ontladen van een schip behoort in acht genomen te worden, en 't geen deszelfs bouw, ten aanzien van de vastheid en de plaats van het zwaarte- water- en bovenpunt, betreft, is niet min wiskundig zeker in de IIde Afdeeling opgegeven. De invloed der beweegkracht, hare werking om het schip te doen hellen, is almede met dezelfde baarblijkelijkheid bepaald. Doch 't geen de volstrekte grootte dezer kracht aangaat, en hoe bij verschillende streken en snelheid deze zich verhouden moet, zulks is naar de twee beroemdste theorien alleen opgegeven, en aan den Lezer het oordeel daarover, en welke van beiden men te volgen hebbe, overgelaten.

Hoe groot dan ook de onzekerheid op dit laatstgenoemde stuk zijn moge, niettemin verschaffen ons de beide theorien eene volkomene aanleiding tot de naauwkeuririge, dat is, wiskundige kennis van al het gene tot de beweging van het schip en de kunst van het besturen behoort, en stellen zij, voor vele gevallen, de grenzen vast, binnen welke de juiste bepaling der onzekere waardijen zich steeds bevinden moet, daarenboven geven zij ons vele fraaije beschouwingen, die voor den scheepsbouwer en hem die het schip besturen moet, allerbelangrijkst zijn.

Heb ik dan in deze Verhandeling mijn doelwit niet ten eenemaal gemist, dan zal de Lezer genoegzaam onderrigt zijn van het gene wij met zekerheid in deze wetenschap tot hiertoe weten mogen, en tevens in staat zijn, om twee der beroemdste theorien, en hunnen invloed op dezelve, te overzien en zich te nutte te maken; voorts wensche ik, dat het bezef der onvolkomenheid onzer kennis in dezen, de zucht naar hare volmaking meer zal opwekken; dat hiertoe de Prijsvraag (*), door de Rus-Keizerlijke Academie te Petersburg onlangs over dit onderwerp voorgesteld, krachtig medewerke, op dat eene der oudste, nuttigste, en met de beschaving en het geluk der menschen zoo zeer verbondene kunsten, zij, die op den welvaart eener Natie zoo veel vermag, zij, weleer de bloei en steun van Neêrlands Staat, en, zoo wij hopen, eenmaal het krachtig middel van deszelvs herstel, op ontwijfelbare gronden gevestigd, en tot de meest wenschbare volkomenheid gebragt worde.

(*) Zie den Konst- en Letterbode van 't Jaar 1804. No. 50.

I N H O U D.

E E R S T E   A F D E E L I N G.

TWEEDE AFDEELING.

DER-

ZES-

Fig. C.

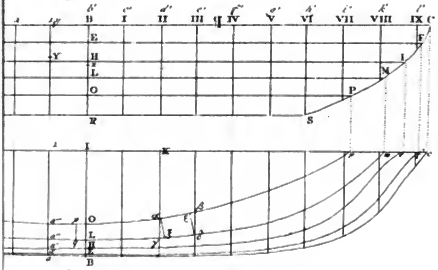
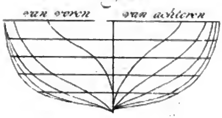
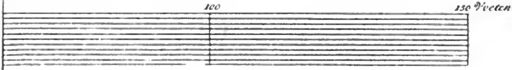


Fig D.

Fig. N.





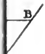


Fig. 3.

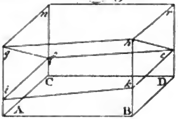


Fig. 6.

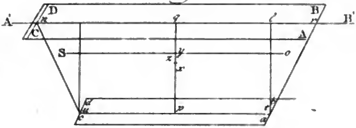


Fig. 11.

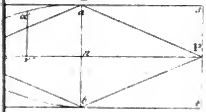


Fig. 7.

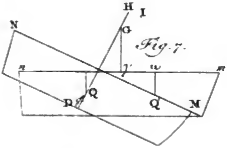
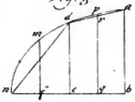


Fig. 5.



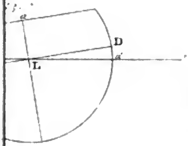


Fig. 19.

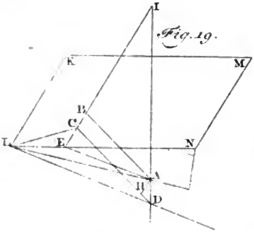


Fig. 17.

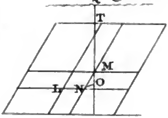


Fig. 20.

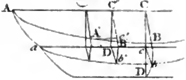


Fig. 10.

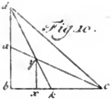
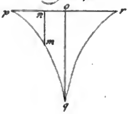


Fig. 14.



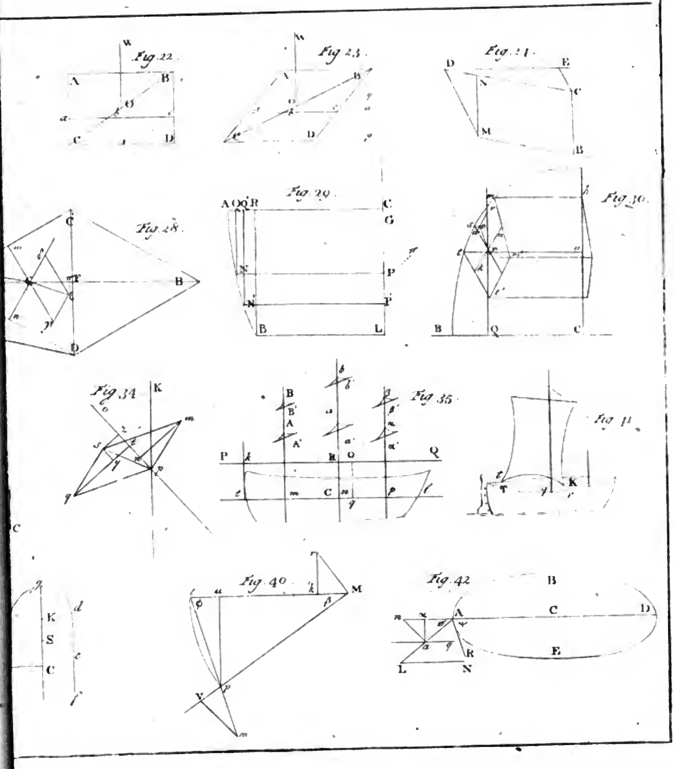


Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 30
Fig. 34
Fig. 35
Fig. 40
Fig. 42

VERBETERINGEN.

Bladz. 4	reg.	3 van ond.	JONAS	lees	NICOLAAS
—— 29	—	8 van bov.	BD	—	BE
—— 30	—	1 ——	$\frac{b}{2}\left(\frac{E-H}{E+H}\right)$	—	$\frac{b}{6}\left(\frac{E-H}{N+H}\right)$
—— 32	—	4 ——	By	—	Bq
—— 33	—	1 van ond.	RB	—	OB
—— —	—	——	$2N=BM$	—	ON
—— 34	—	5 van bov.	2N	—	ON
—— 39	—	13 ——	m	—	*m*
—— —	—	14 ——	$\overline{22}$	—	$\overline{12}$
—— 41	—	7 ——	C	—	*c*
—— 44	—	9 ——	OC	—	QG
—— 45	—	3 ——	T^2	—	B^2
—— —	—	5 van ond.	*pp*	—	*mpp*
—— 56	—	1 ——	$\frac{m}{12}$	—	$\frac{m}{6}$
—— 63	—	11 ——	in	—	is
—— 102	—	5 van bov.	m^2	—	m
—— 103	—	5 van ond.	$(D)^{\frac{3}{2}}$	—	$(D)^{2}$
—— 107	—	7 van bov.	C	—	c
—— —	—	3 van-ond.	$C'^{\frac{3}{2}}$	—	$C'^{\frac{1}{2}}$
—— 108		aan den kant zij Fig. 24.			
—— —		voor W		—	N
—— —	—	8 van bov.	NCMD	—	NCMB
—— 117	—	14 van ond.	moeten $\frac{3}{5}$ met $\frac{1}{2}$ onderling verwisfeld worden.		
—— 119	—	1 ——	αx	—	αK
—— 121	—	9 van bov.	AC	—	AC′
		de formule	$\frac{AB^2-CD^2}{4\,AB}$	overal	$\frac{AB-C'D^2}{4\,AB}$
—— 122 en 123			CD	——	C′D
—— 125	—	12 van ond.	A*n*N	lees	In N
—— 126	In de Equatie reg. 8 van ond. wordt $p=1$ onderfteld				
—— 128	—	4 en 5 ——	$\left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$	—	$2\left(D+\frac{y}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$
—— 138	—	5 ——	D^2	—	$D^{\frac{1}{2}}$
—— 154	—	7 van bov.	$\gamma\varepsilon$	—	$V\varepsilon$
—— 156	—	16 ——	$600\,apr\,\overline{\text{fin.}\varphi}^2$	—	$600\,apr\,\overline{\text{fin.}\varphi}^4$
—— 168	—	5 ——	achter niet	—	van de

—1C